

Série de TD n° 2

Circuit électrique et électronique

Semestre 1 – Série n° 2

Académie : OussamaTech Academy
Discipline : Circuits électriques

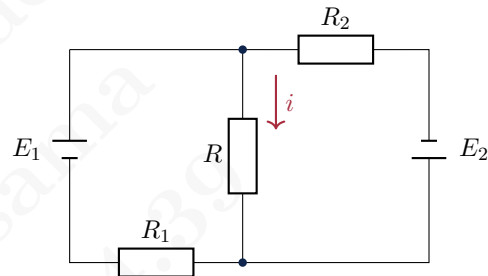
Professeur : Prof Oussama
Niveau : Semestre 1 (S1)

PARTIE I – ÉNONCÉS

Exercice 1

On considère le circuit suivant. Calculer le courant i en utilisant successivement :

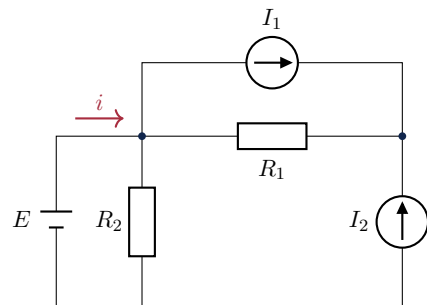
- les lois de Kirchhoff;
- le théorème de superposition;
- le théorème de Thévenin;
- le théorème de Norton;
- le théorème de Millman.



Exercice 2

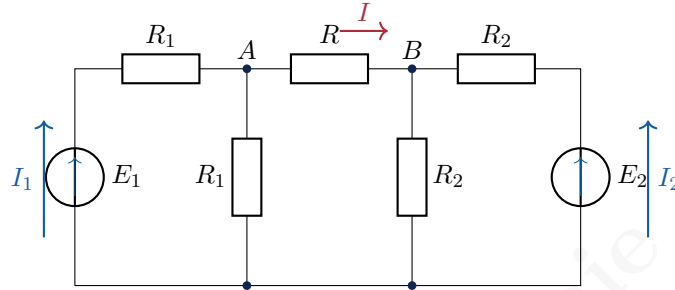
Dans le montage suivant, calculer le courant i par les méthodes suivantes :

- les lois de Kirchhoff;
- le théorème de superposition;
- le théorème de Thévenin;
- le théorème de Norton.



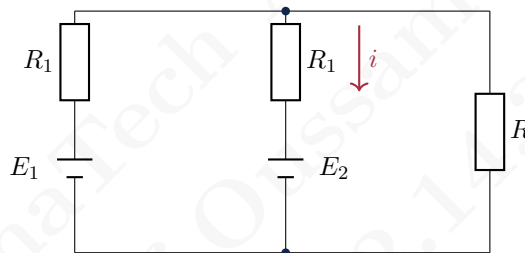
Exercice 3

Dans le montage ci-dessous, calculer le courant I orienté de A vers B , en utilisant **deux méthodes différentes**.



Exercice 4

On considère le montage ci-dessous, constitué de deux branches (R_1, E_1) , (R_1, E_2) et d'une résistance réglable R . Le courant i est orienté vers le bas dans la branche centrale.



- 1) Déterminer l'expression littérale de i en fonction de E_1 , E_2 , R et R_1 . Effectuer l'application numérique pour :

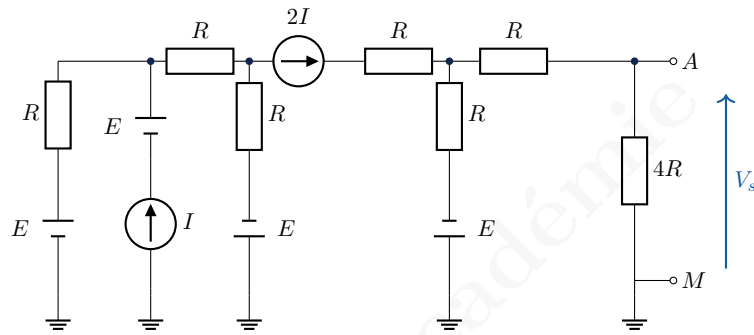
$$E_1 = 30 \text{ V}, \quad E_2 = 15 \text{ V}, \quad R_1 = 5 \Omega, \quad R = 15 \Omega.$$

- 2) Quelle est la valeur R_0 de R pour laquelle $i = 0$?
- 3) On remplace le générateur de tension E_1 par un générateur de courant idéal de valeur I_0 , orienté vers le noeud supérieur, en conservant la résistance R_1 de cette branche. On fixe $R = R_0$. Calculer I_0 pour obtenir $i = 0,5 \text{ A}$.

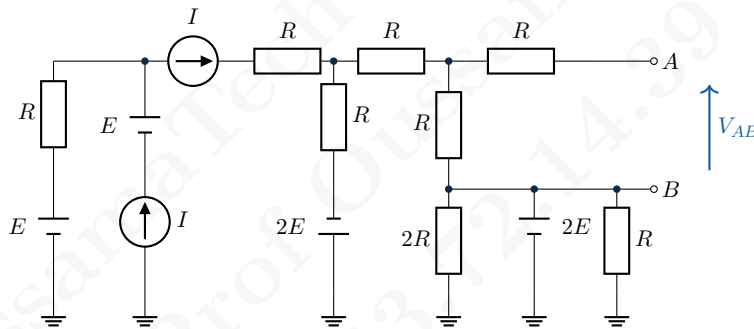
Exercice 5

Pour chacun des trois montages ci-dessous, déterminer le générateur équivalent de **Thévenin** (E_{Th} , R_{Th}) vu des bornes de sortie indiquées, puis le générateur équivalent de **Norton** (I_N , R_N). Les générateurs de courant portent les valeurs indiquées et l'on suppose :

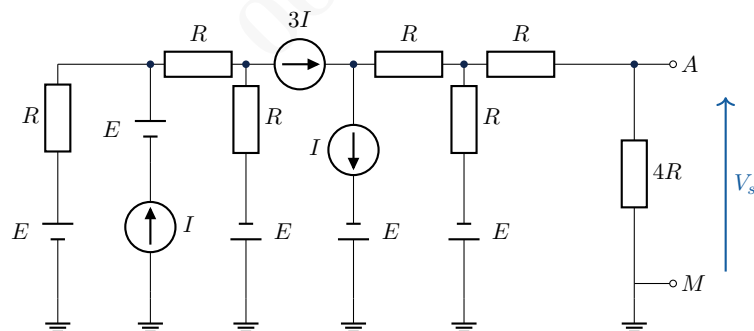
$$I = \frac{E}{R} \quad (E > 0, R > 0).$$



Montage 1 – sortie entre A et M



Montage 2 – sortie entre A et B



Montage 3 – sortie entre A et M



PARTIE II – CORRIGÉ VÉRIFIÉ

Exercice 1

Convention : le courant i est compté positivement du haut vers le bas dans la résistance R . Posons

$$D = RR_1 + RR_2 + R_1R_2.$$

a) Lois de Kirchhoff. Soient i_1 et i_2 les courants fournis par les branches gauche et droite vers le noeud supérieur. Les lois de mailles donnent

$$R_1 i_1 = E_1 - Ri, \quad R_2 i_2 = -E_2 - Ri.$$

Au noeud supérieur, $i = i_1 + i_2$. Donc

$$i = \frac{E_1 - Ri}{R_1} + \frac{-E_2 - Ri}{R_2}.$$

En regroupant les termes :

$$i(RR_1 + RR_2 + R_1R_2) = R_2E_1 - R_1E_2.$$

$$i = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{RR_1 + RR_2 + R_1R_2}$$

b) Théorème de superposition. On remplace une source idéale de tension éteinte par un court-circuit.

$$\text{Action de } E_1 \text{ seule : } i^{(1)} = \frac{R_2E_1}{D},$$

$$\text{Action de } E_2 \text{ seule : } i^{(2)} = -\frac{R_1E_2}{D}.$$

La somme algébrique donne

$$i = i^{(1)} + i^{(2)} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{D}.$$

c) Théorème de Thévenin. On débranche R . La tension à vide et la résistance vue à ses bornes sont

$$E_{Th} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{R_1 + R_2}, \quad R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}.$$

Le courant est alors

$$i = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{D}.$$

d) Théorème de Norton.

$$R_N = R_{Th} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_N = \frac{E_{Th}}{R_N} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}.$$

Par diviseur de courant,

$$i = I_N \frac{R_N}{R + R_N} = \frac{R_2E_1 - R_1E_2}{D}.$$

e) Théorème de Millman. Pour la tension V du noeud supérieur par rapport au noeud inférieur :

$$V = \frac{E_1/R_1 - E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R}, \quad i = \frac{V}{R}.$$

$$i = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2}$$

Exercice 2

Observation : la source I_1 et R_1 forment une branche interne qui n'influence pas le courant i débité par la source idéale de tension E . Le générateur I_2 débite vers le haut.

a) Lois de Kirchhoff. Le générateur idéal de tension impose $V = E$ aux bornes de R_2 . D'où

$$i_{R_2} = \frac{E}{R_2}.$$

Au noeud d'arrivée du courant i , l'ensemble du sous-circuit droit injecte le courant I_2 vers ce noeud (les courants de I_1 et R_1 se compensent globalement). Par la loi des noeuds,

$$i + I_2 = \frac{E}{R_2}.$$

$$i = \frac{E}{R_2} - I_2$$

b) Théorème de superposition. Pour neutraliser une source idéale de courant, on l'ouvre. Les contributions au courant i sont

$$i^{(E)} = \frac{E}{R_2}, \quad i^{(I_1)} = 0, \quad i^{(I_2)} = -I_2.$$

Par suite, $i = i^{(E)} + i^{(I_1)} + i^{(I_2)} = E/R_2 - I_2$.

c) Théorème de Thévenin. On remplace le réseau situé à droite du générateur E par son équivalent de Thévenin vu de ses bornes :

$$R_{Th} = R_2, \quad E_{Th} = R_2 I_2.$$

Lorsque le générateur E est raccordé :

$$i = \frac{E - E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{E - R_2 I_2}{R_2}.$$

d) Théorème de Norton. Le réseau de droite équivaut à $I_N = I_2$ en parallèle avec $R_N = R_2$. La loi des noeuds fournit

$$i = \frac{E}{R_N} - I_N = \frac{E}{R_2} - I_2.$$

$$i = \frac{E}{R_2} - I_2$$

Exercice 3

Le courant I est orienté de A vers B dans la résistance R .

1^{re} méthode : équivalents de Thévenin. On déconnecte la résistance centrale R et on remplace chacun des deux réseaux latéraux par son équivalent :

$$E_{Th,g} = \frac{E_1}{2}, \quad R_{Th,g} = R_1 \parallel R_1 = \frac{R_1}{2},$$

$$E_{Th,d} = \frac{E_2}{2}, \quad R_{Th,d} = R_2 \parallel R_2 = \frac{R_2}{2}.$$

Les deux générateurs sont opposés à travers R , d'où

$$I = \frac{E_{Th,g} - E_{Th,d}}{R_{Th,g} + R + R_{Th,d}}$$

$$= \frac{E_1/2 - E_2/2}{R_1/2 + R + R_2/2}.$$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + 2R + R_2}$$

2^e méthode : loi des noeuds. Soient V_A et V_B les potentiels des deux noeuds par rapport au conducteur inférieur. On écrit

$$\begin{cases} \frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R} = 0, \\ \frac{V_B - V_A}{R} + \frac{V_B}{R_2} + \frac{V_B - E_2}{R_2} = 0. \end{cases}$$

En posant $I = (V_A - V_B)/R$, les équations deviennent

$$2V_A = E_1 - R_1 I, \quad 2V_B = E_2 + R_2 I.$$

La différence donne $2RI = E_1 - E_2 - (R_1 + R_2)I$, donc

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + 2R + R_2}.$$

Exercice 4

1) Expression de i et application numérique. Posons V la tension du noeud supérieur par rapport au noeud inférieur. La loi des noeuds est

$$\frac{V - E_1}{R_1} + \frac{V - E_2}{R_1} + \frac{V}{R} = 0.$$

On en tire

$$V = \frac{R(E_1 + E_2)}{2R + R_1}, \quad i = \frac{V - E_2}{R_1}.$$

Après simplification :

$$i = \frac{RE_1 - (R + R_1)E_2}{R_1(2R + R_1)}.$$

Application numérique :

$$i = \frac{15 \times 30 - (15 + 5) \times 15}{5(2 \times 15 + 5)} = \frac{150}{175} = \frac{6}{7} \text{ A.}$$

$$i = \frac{6}{7} \text{ A} \simeq 0,857 \text{ A}$$

2) Valeur de R annulant i . En imposant $i = 0$, le numérateur doit être nul :

$$R(E_1 - E_2) = R_1 E_2 \quad \Rightarrow \quad R_0 = \frac{R_1 E_2}{E_1 - E_2}.$$

$$R_0 = \frac{5 \times 15}{30 - 15} = 5 \Omega$$

3) Valeur du nouveau générateur I_0 . La source de courant I_0 injecte vers le noeud supérieur. Avec $R = R_0 = 5 \Omega$, la tension du noeud supérieur vaut

$$V = E_2 + i R_1.$$

La loi des noeuds donne

$$I_0 = i + \frac{V}{R_0} = \frac{E_2 + (R_0 + R_1)i}{R_0}.$$

$$I_0 = \frac{15 + (5 + 5) \times 0,5}{5} = 4 \text{ A}$$

Exercice 5

Dans chaque montage, la borne inférieure reliée à la masse sert de référence. Un *générateur idéal de courant neutralisé* est remplacé par un circuit ouvert, et une *source idéale de tension neutralisée* par un court-circuit.

Montage 1 : entre A et M . Tension de Thévenin. Notons V_P la tension du noeud relié à la dernière branche verticale (R, E), et V_s la tension de sortie. Les deux éléments R et $4R$ du chemin de sortie forment un diviseur :

$$V_s = \frac{4R}{R + 4R} V_P = \frac{4}{5} V_P.$$

Le générateur $2I$ impose une injection de courant vers la droite. La source de tension verticale est orientée avec son pôle positif en bas :

$$2I = \frac{V_P + E}{R} + \frac{V_P - V_s}{R}.$$

Comme $I = E/R$, la substitution conduit à

$$2E = V_P + E + \frac{V_P}{5} \quad \Rightarrow \quad V_P = \frac{5}{6} E.$$

Par conséquent, $E_{Th,1} = V_s = \frac{4}{5} \frac{5}{6} E = \frac{2}{3} E$.

Résistance de Thévenin. Après neutralisation des générateurs, les branches situées à gauche du courant $2I$ sont isolées de la sortie. La résistance vue entre A et M devient

$$R_{Th,1} = 4R \parallel (R + R) = \frac{4R \cdot 2R}{4R + 2R} = \frac{4}{3} R.$$

Norton : $R_{N,1} = R_{Th,1}$,

$$I_{N,1} = \frac{E_{Th,1}}{R_{Th,1}} = \frac{2E/3}{4R/3} = \frac{E}{2R}.$$

$$E_{Th,1} = \frac{2E}{3}, \quad R_{Th,1} = R_{N,1} = \frac{4R}{3}, \quad I_{N,1} = \frac{E}{2R}$$

Montage 2 : entre A et B. Tension de Thévenin. La source idéale $2E$ raccordée au noeud B impose $V_B = 2E$. En circuit ouvert, il n'y a pas de courant dans la dernière résistance R aboutissant à A ; ainsi $V_A = V_D$, où D est le noeud situé juste avant cette résistance.

Notons V_C le potentiel du noeud précédent. Le générateur I injecte le courant $I = E/R$ dans le réseau à droite. Les lois des noeuds en C et D donnent

$$\begin{cases} I = \frac{V_C + 2E}{R} + \frac{V_C - V_D}{R}, \\ 0 = \frac{V_D - V_C}{R} + \frac{V_D - 2E}{R}. \end{cases}$$

D'où $V_C = 0$ et $V_D = E$. La tension entre les bornes vaut

$$E_{Th,2} = V_A - V_B = E - 2E = -E.$$

Résistance de Thévenin. Après neutralisation des sources indépendantes, la sortie A est reliée en série à une résistance R , puis à $R \parallel (R + R)$:

$$R_{Th,2} = R + (R \parallel 2R) = R + \frac{2R}{3} = \frac{5}{3}R.$$

Norton :

$$R_{N,2} = \frac{5}{3}R, \quad I_{N,2} = \frac{-E}{5R/3} = -\frac{3E}{5R}.$$

$$E_{Th,2} = -E, \quad R_{Th,2} = R_{N,2} = \frac{5R}{3}, \quad I_{N,2} = -\frac{3E}{5R}$$

Le signe négatif signifie que le courant de Norton réel est opposé au sens de référence adopté pour I_N (source équivalente dirigée de B vers A).

Montage 3 : entre A et M. Tension de Thévenin. Dans le noeud immédiatement à droite de la source $3I$, une source verticale absorbe I . Il reste donc

$$I_{\text{vers la droite}} = 3I - I = 2I.$$

Le réseau situé à droite de ce noeud a la même structure de sortie que le montage 1. En notant V_P le potentiel de la dernière branche verticale et V_s la tension à vide :

$$V_s = \frac{4}{5}V_P, \quad 2I = \frac{V_P + E}{R} + \frac{V_P - V_s}{R}.$$

Pour $I = E/R$, on obtient $V_P = 5E/6$ et donc $V_s = 2E/3$.

Résistance de Thévenin. Les sources de courant neutralisées isolent le réseau à gauche. La résistance vue à la sortie est

$$R_{Th,3} = 4R \parallel (R + R) = \frac{4}{3}R.$$

Norton :

$$R_{N,3} = \frac{4}{3}R, \quad I_{N,3} = \frac{2E/3}{4R/3} = \frac{E}{2R}.$$

$$E_{Th,3} = \frac{2E}{3}, \quad R_{Th,3} = R_{N,3} = \frac{4R}{3}, \quad I_{N,3} = \frac{E}{2R}$$



IG : @oussamatech_academie



WA : 06.43.72.14.39



YT : OussamaTech Académie

SITEWEB : www.oussamatech.ma