

Chapitre III : Filtres passifs

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

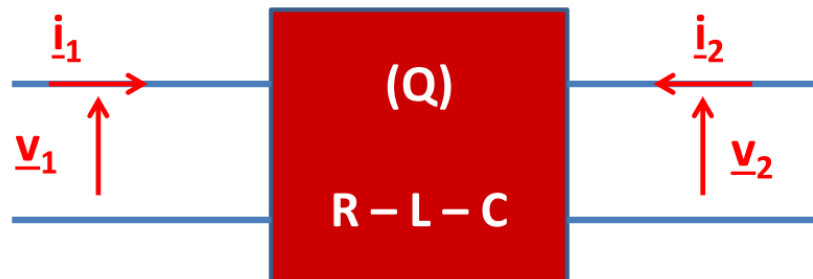
Plan du troisième chapitre

1. Définition
2. Caractéristiques des filtres
3. Fonction de transfert complexe
4. Différents types des filtres passifs
 - a. Filtre passe bas
 - b. Filtre passe haut
 - c. Filtre passe bande
 - d. Filtre réjecteur de bande

1. Définition

Les filtres sont très utilisés en électronique car ce sont des circuits qui ont pour but essentiel d'éliminer les signaux indésirables dans les signaux.

Dans la plupart des cas, les filtres sont composés d'éléments simples tels que **résistances, inductances et condensateurs**. Suivant le nombre et la disposition des éléments, on obtient des caractéristiques différentes.



2. Caractéristiques des filtres

Elles sont basées essentiellement sur les deux courbes de Bode :

- le gain en décibel,
- la phase.

Cependant, la détermination de la fréquence de coupure est très importante ainsi que la phase correspondante.

3. Fonction de transfert complexe

La fonction de transfert complexe est une caractéristique particulière d'un quadripôle inséré entre une source alternative sinusoïdale et une charge.

Elle exprime dans le cas d'un filtre, l'amplification en tension complexe.

La fonction de transfert est notée :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = |\underline{H}| e^{j\varphi_{s/e}} = G e^{j\varphi}$$

$$G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$$



$G(\omega)$ est le gain réel

- $\underline{e}$: tension d'entrée et $\underline{s}$: tension de sortie
- G : module ou gain en tension et φ : déphasage de $\underline{s}$ par rapport à $\underline{e}$.

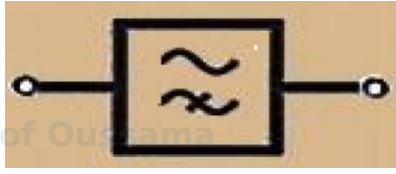
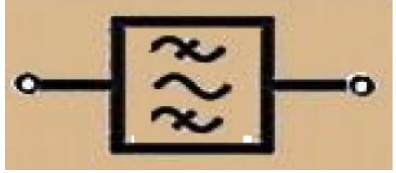
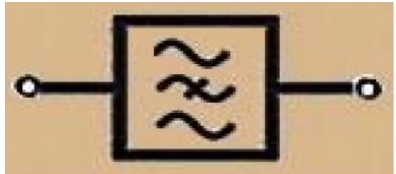
Avec :

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log |\underline{H}|$$

$G_{dB}(\omega)$ est le gain en décibels

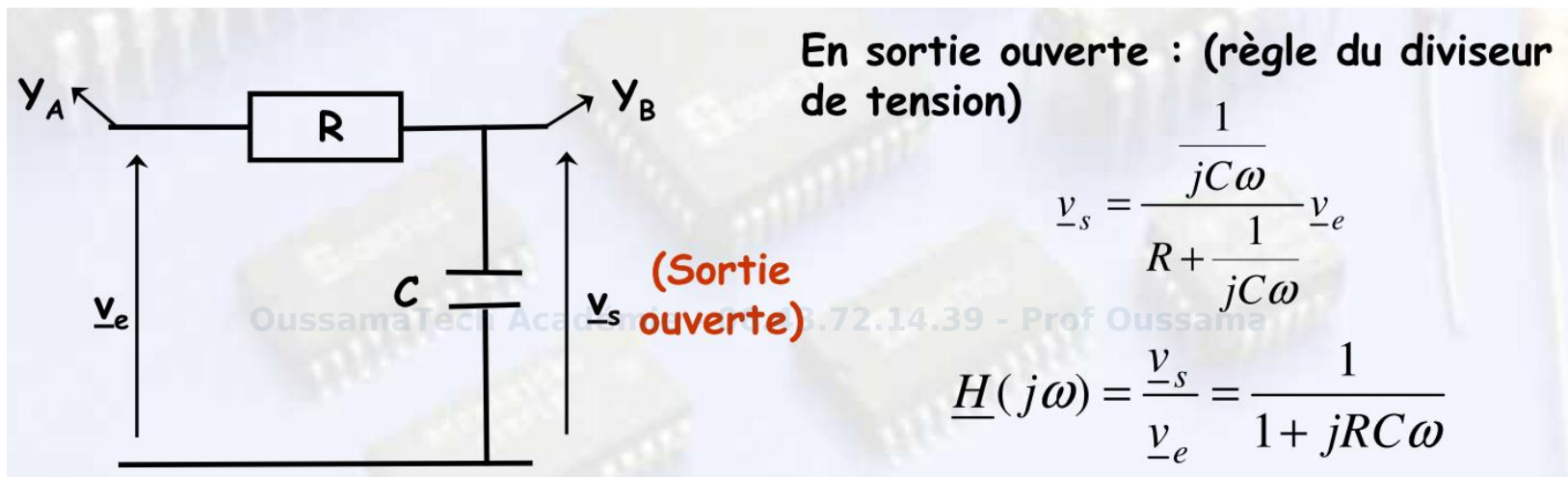
$$\varphi_{deg}(\omega) = \text{Arg}(|\underline{H}(j\omega)|) = \text{Arctg} \left(\frac{\text{Im}(\underline{H}(j\omega))}{\text{Re}(\underline{H}(j\omega))} \right)$$

4. Différents types des filtres passifs

Types des filtres passifs	Symboles
Les filtres passe bas	
Les filtres passe haut	
Les filtres passe bande	
Les filtres coupe bande ou réjecteur de bande	

a- Filtre passe bas

Le filtre passe bas laisse passer les basses fréquences et atténue les hautes fréquences.



On pose : $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Le gain et la phase s'en déduisent :

$$\left. \begin{aligned} G(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \\ \tan \varphi &= -\frac{\omega}{\omega_0} \\ \cos \varphi &> 0 \end{aligned} \right\} \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

Etude asymptotiques du gain et de phase :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \quad (\omega < \frac{\omega_0}{10}) : G(\omega) \approx 1 \text{ et } G_{dB} \approx 0 \text{ dB}, \quad \varphi = 0$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \quad (\omega > 10\omega_0) : G(\omega) \approx \frac{\omega_0}{\omega} \text{ et } G_{dB} \approx -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right), \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \omega_0 : G(\omega_0) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ et } G_{dB} = -20 \log(\sqrt{2}) \approx -3 \text{ dB}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

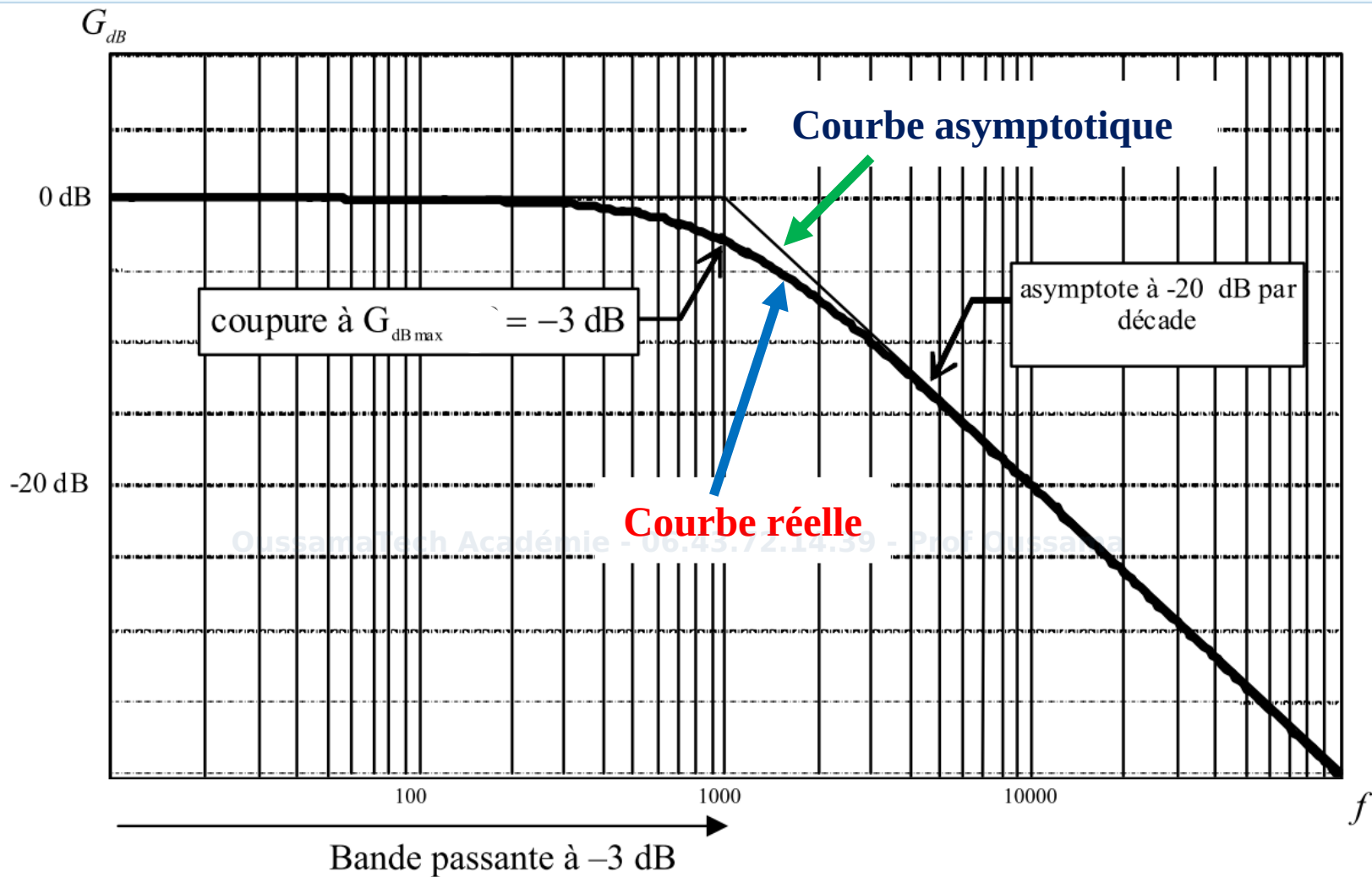


Diagramme de Bode en gain pour ($f_0 = 1000$ Hz)

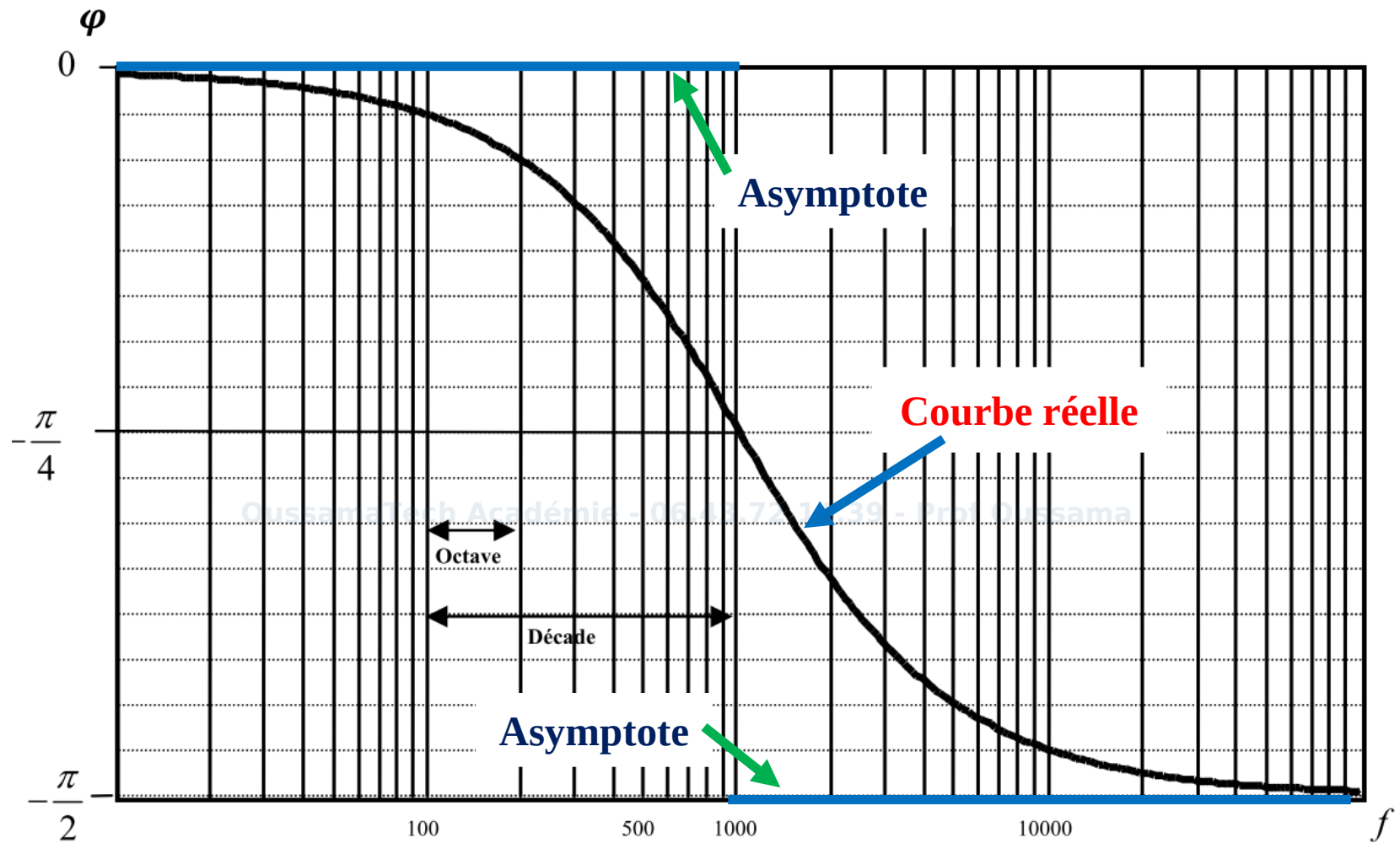
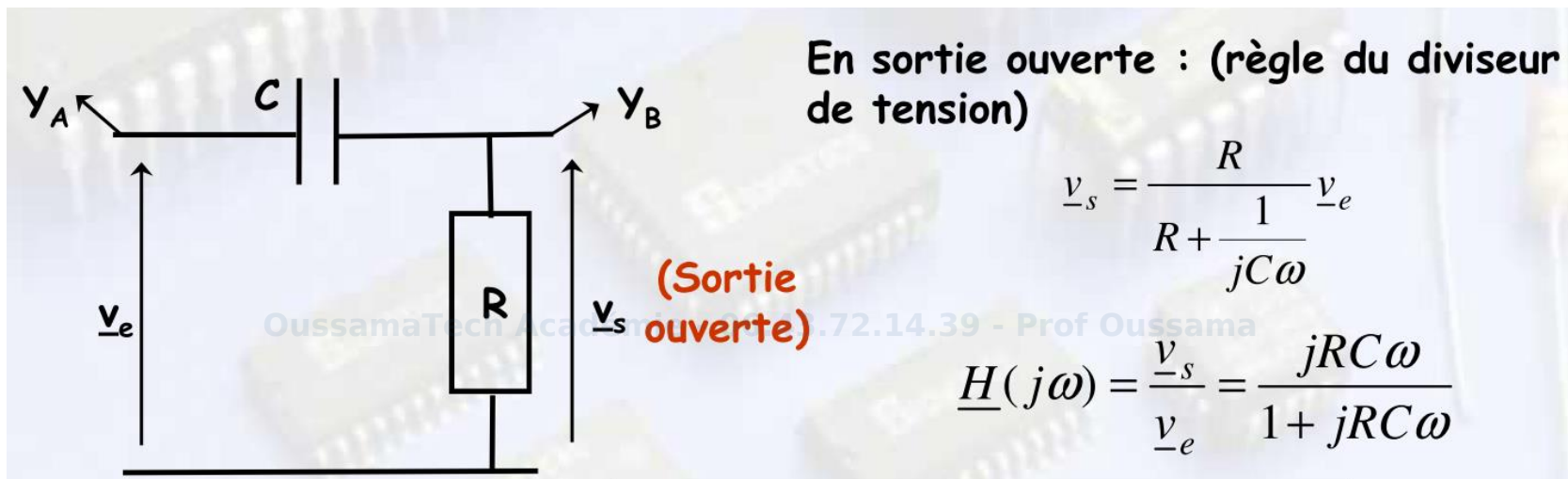


Diagramme de Bode en phase pour ($f_0 = 1000$ Hz)

b- Filtre passe haut

Le filtre passe haut laisse passer les hautes fréquences et atténue les basses fréquences.



On pose : $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Le gain et la phase s'en déduisent :

$$G(\omega) = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

Etude asymptotiques du gain et de phase :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \quad (\omega < \frac{\omega_0}{10}) : G(\omega) \approx \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } G_{dB} \approx 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right), \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \quad (\omega > 10\omega_0) : G(\omega) \approx 1 \text{ et } G_{dB} \approx 0 \text{ dB}, \quad \varphi = 0$$

$$\omega = \omega_0 : G(\omega_0) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ et } G_{dB} = -20 \log(\sqrt{2}) \approx -3 \text{ dB}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

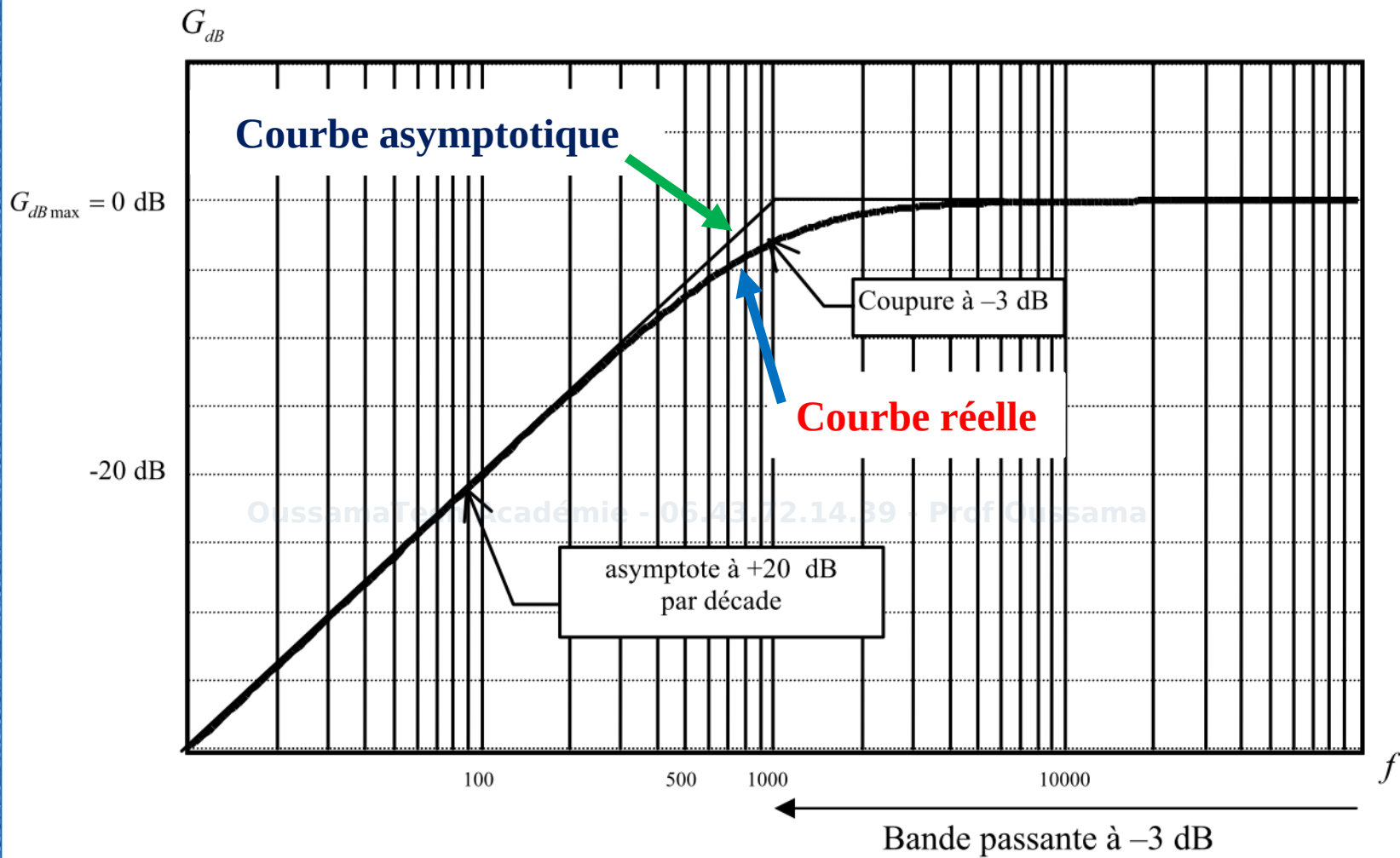


Diagramme de Bode en gain pour ($f_0 = 1000 \text{ Hz}$)

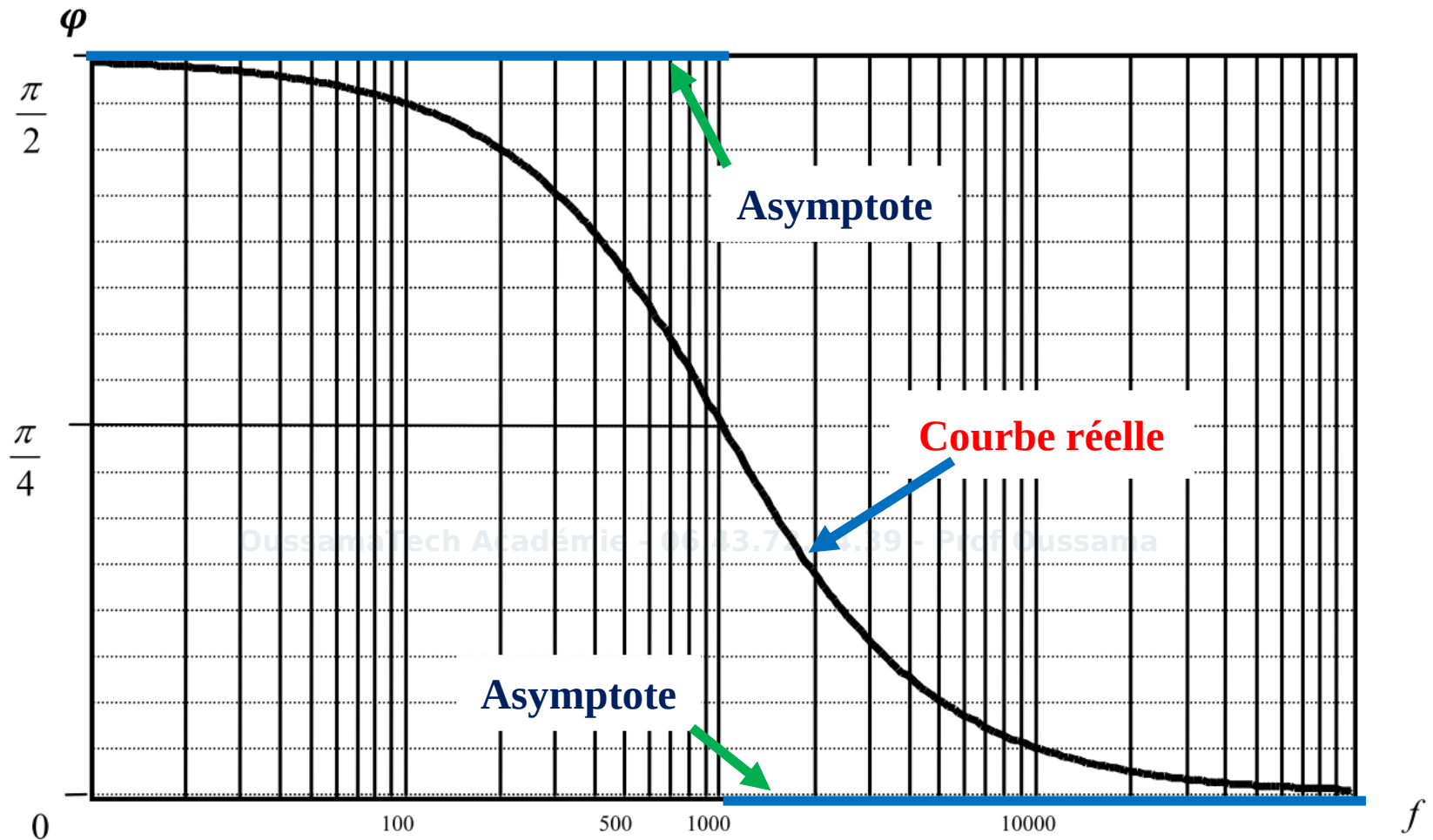
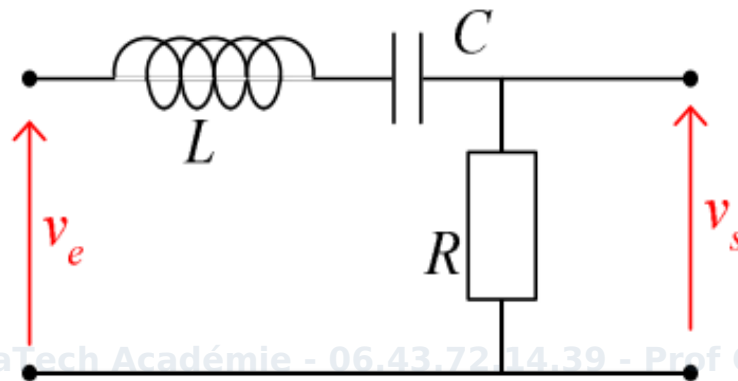


Diagramme de Bode en phase pour ($f_0 = 1000$ Hz)

c- Filtre passe bande

Ce filtre ne laisse passer qu'une bande de fréquences entre une fréquence de coupure basse et une fréquence de coupure haute.



OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

Etude du diagramme de Bode :

En basse fréquence, $|\underline{Z}_C| \gg R$ et $|\underline{Z}_C| \gg |\underline{Z}_L|$

C'est-à-dire $RC\omega \ll 1 \Leftrightarrow \omega \ll \frac{1}{RC} = \omega_1$ et $\frac{1}{C\omega} \gg L\omega \Leftrightarrow \omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\underline{H}(j\omega) \sim \frac{R}{\frac{1}{jC\omega}} \sim j \frac{\omega}{\omega_1}$$

Donc $G_{dB}(\omega) \sim 20 \log \frac{\omega}{\omega_1}$.

Donc $G_{dB}(\omega)$ a une asymptote d'équation $G_{dB} = 20 \log \frac{\omega}{\omega_1}$

En haute fréquence, $|\underline{Z}_L| \gg R$ et $|\underline{Z}_L| \gg |\underline{Z}_C|$

De même, avec $\omega_2 = \frac{R}{L}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\underline{H}(j\omega) \sim \frac{R}{j\omega L} \sim \frac{1}{j\omega / \omega_2}$

Donc $G_{dB}(\omega)$ a une asymptote d'équation $G_{dB} = -20 \log \frac{\omega}{\omega_2}$

Comparaison des pulsations :

$$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{RC} \times \frac{R}{L} = \omega_0^2$$

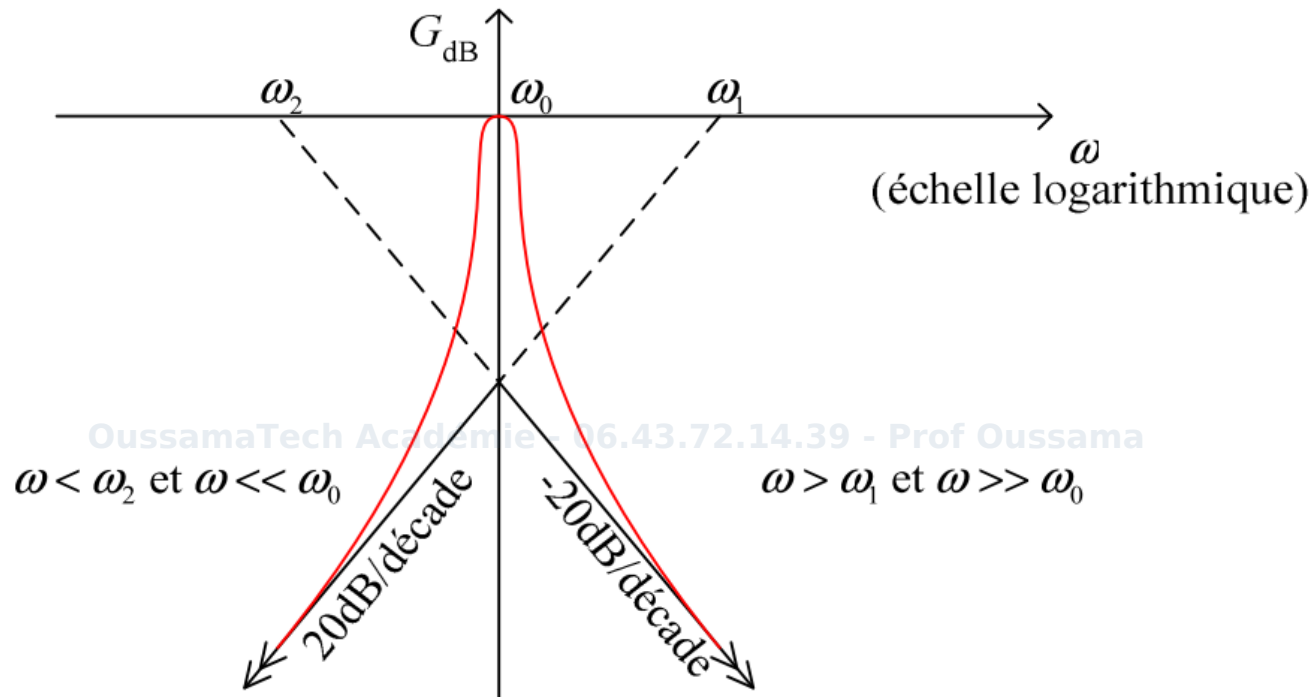
$$\text{Donc } \log_{10} \omega_0 = \frac{\log_{10} \omega_1 + \log_{10} \omega_2}{2}$$

$$\omega_1 / \omega_2 = \frac{1}{RC} \times \frac{L}{R} = \frac{L^2}{R^2 LC} = \frac{L^2 \omega_0^2}{R^2} = Q^2$$

Si $Q > 1$, $\omega_2 < \omega_0 < \omega_1$

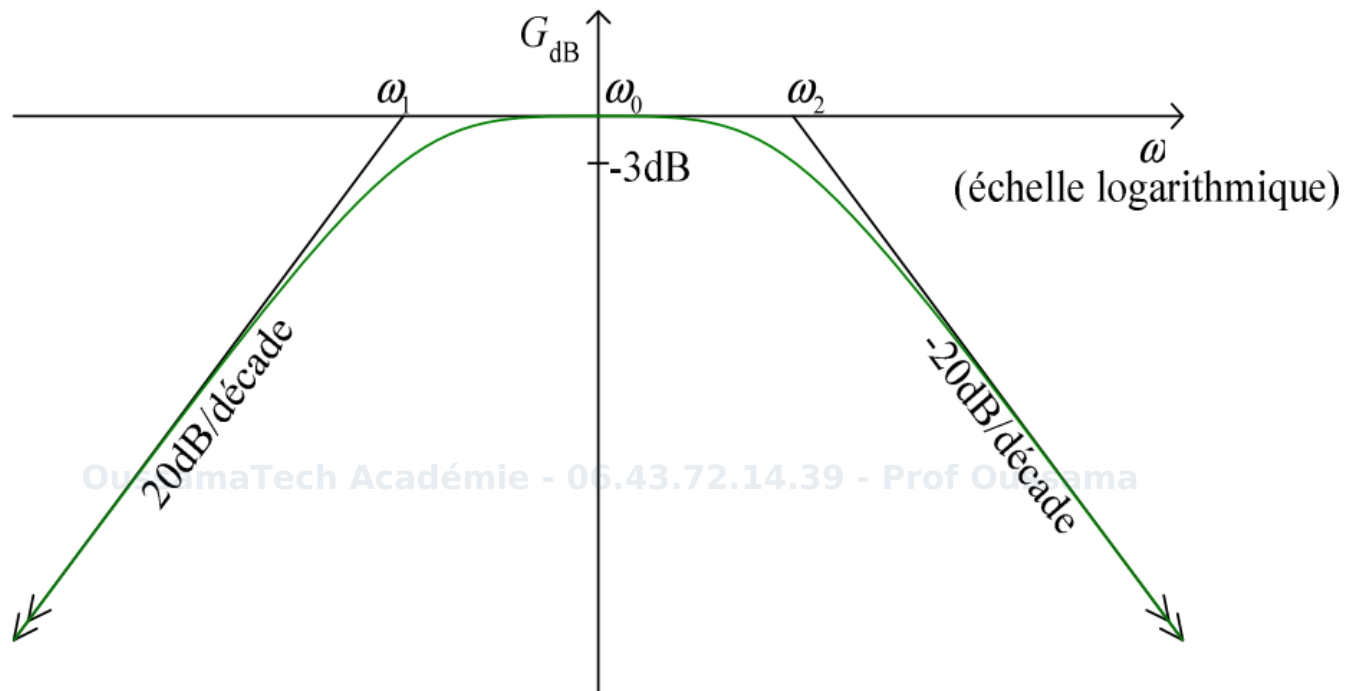
Si $Q < 1$, $\omega_1 < \omega_0 < \omega_2$

Cas $Q \gg 1$:



Le gain est maximum quand $\omega = \omega_0$, $G(\omega_0) = 1$. On a un filtre passe bande (très sélectif : la bande est très petite)

Cas $Q < 1$:

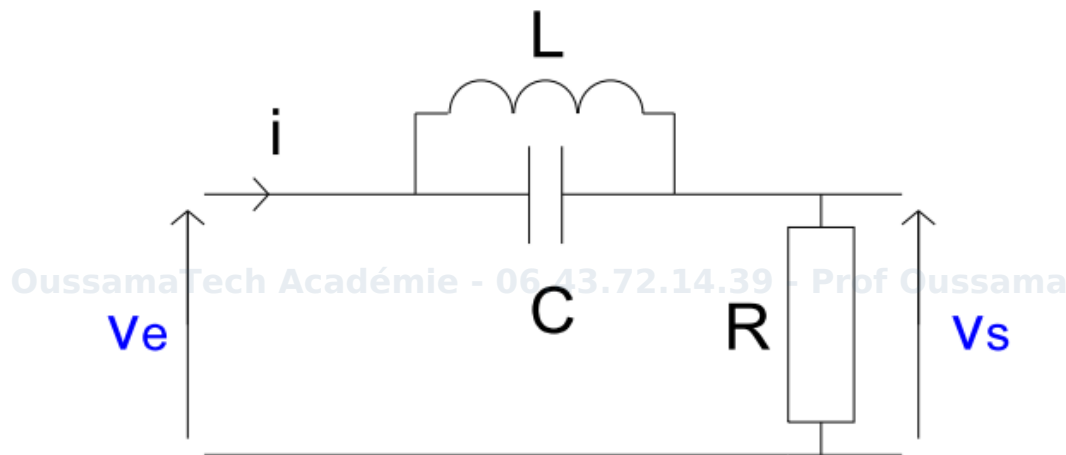


pour les fréquences intermédiaires : $G_{dB} \approx 0$

Bande passante $\approx [\omega_1; \omega_2]$

d- Filtre réjecteur de bande

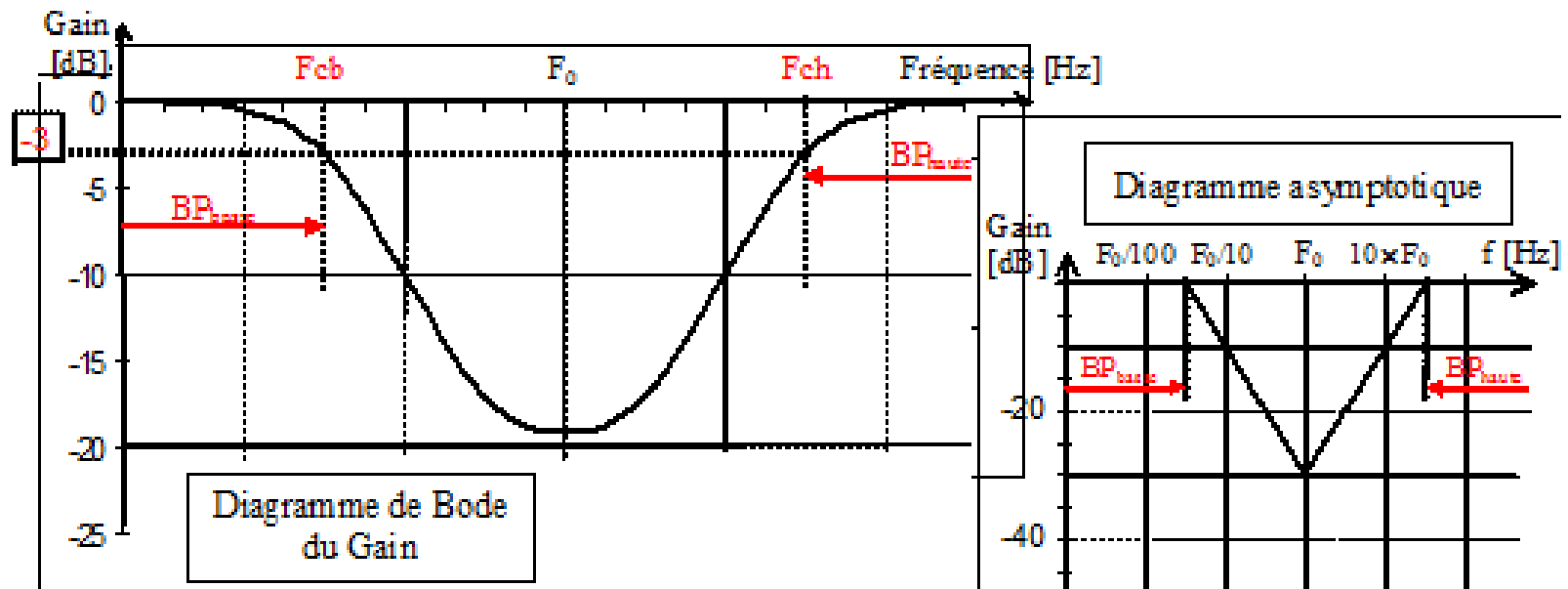
Ce filtre laisse passer les fréquences basses inférieures à la fréquence de coupure basse et les fréquences hautes supérieures à la fréquence de coupure haute.



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$$



$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{-LC\omega^2 + 1}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}$$



OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

F_{ch} : Fréquence de coupure haute

$$F_{ch} \leq BP_{haute} \leq \infty \text{Hz}$$

F_{cb} : Fréquence de coupure basse

$$\text{Bande passante : } 0 \text{Hz} \leq BP_{basse} \leq F_{cb}$$