



SUPPORT DE COURS

Circuits électriques et électroniques



MODULE

CIRCUIT ÉLECTRIQUE
ET ÉLECTRONIQUE



ADAPTATION PÉDAGOGIQUE ET PRÉSENTATION

Prof Oussama

 06.43.72.14.39



Support pédagogique adapté – diffusion selon les droits du document original.



Plan du cours

Chapitre I : Théorèmes généraux et analyse des circuits

Chapitre II : Quadripôles électriques

Chapitre III : Filtres passifs

Chapitre IV : Diodes

Chapitre V : Transistors bipolaires

Chapitre VI : Amplificateurs opérationnels

Chapitre I : Théorèmes généraux et analyse des circuits

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

Plan du premier chapitre

I. Théorèmes généraux

II. Régime alternatif sinusoïdal

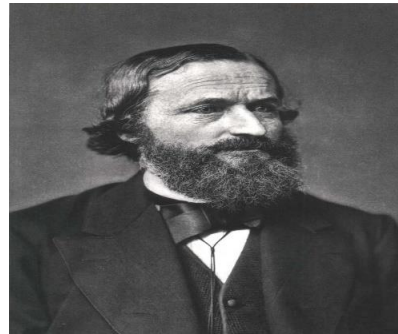
OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

I. Théorèmes généraux

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

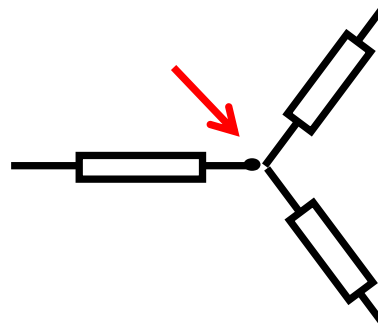
1. Lois de Kirchhoff

Le physicien allemand Gustav Kirchhoff a établi en 1845 deux lois qui fondent tous les calculs sur les circuits électriques.

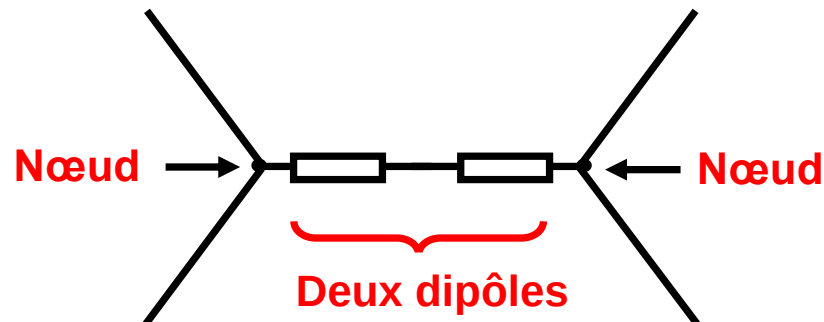


❖ Définitions :

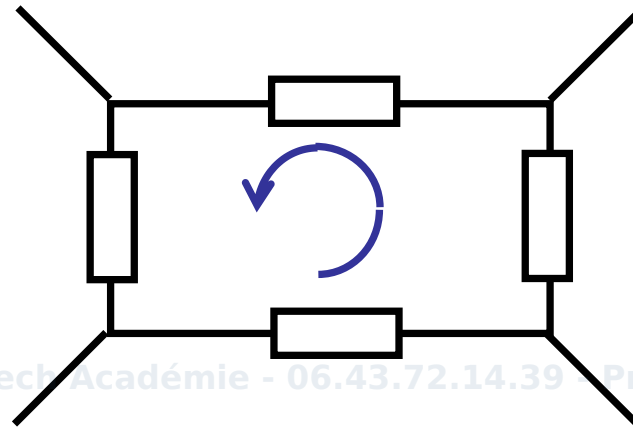
Nœud : Un nœud est le **point de jonction** entre au moins trois fils de connexion.



Branche : Une branche est constituée d'un ou plusieurs dipôles montés en série **entre deux nœuds**.



Maille : Une maille est un ensemble de branches formant un circuit fermé. On choisit une orientation sur chaque maille.



OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

Exemple de maille orientée

Réseau : Un réseau, ou circuit, est un ensemble de composants reliés par des fils de connexion qui peut être analysé en termes de nœuds, branches et mailles.

Association en série :

La résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs résistances en série est égale à la somme de leurs résistances :

$$R_{éq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Remarque : La résistance équivalente est plus grande que la plus grande des résistances associées.

Association en parallèle :

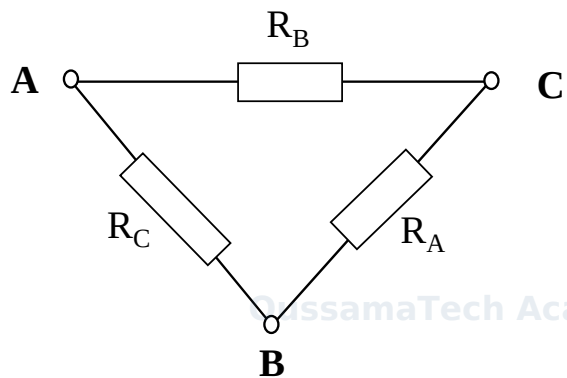
La résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs résistances en parallèle est égale à la somme de leurs inverses résistances :

$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Remarque : En parallèle, la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances associées.

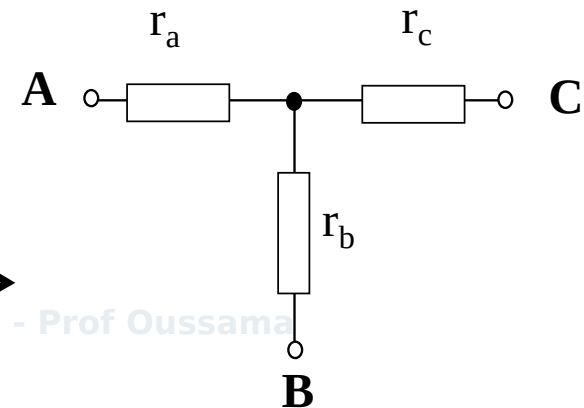
❖ Transformation de Kennely :

Transformation (triangle → étoile) :



Triangle

Transformation



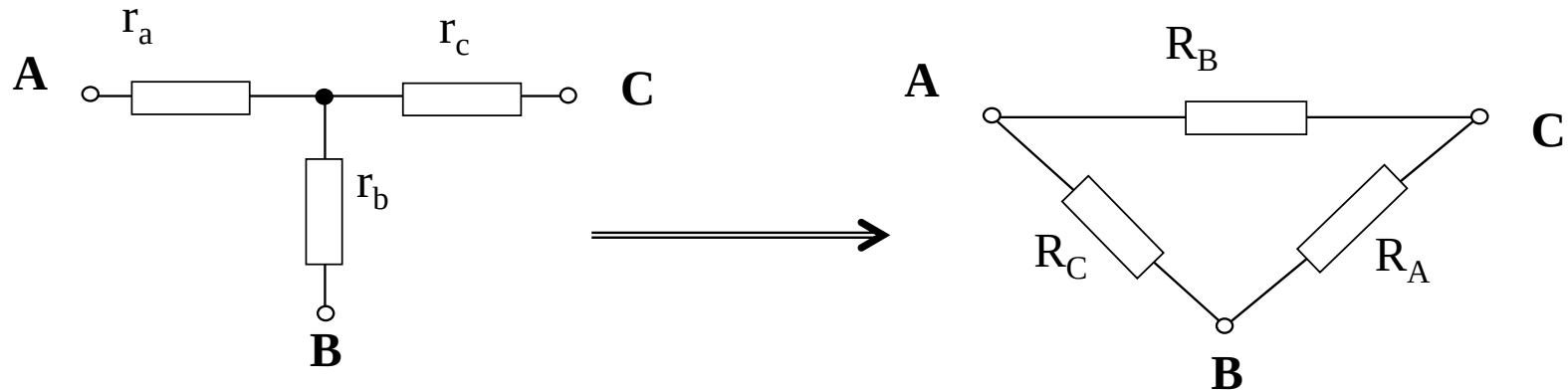
Etoile

$$r_a = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_b = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_c = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Transformation (étoile → triangle) :



OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

$$R_A = \frac{r_a \cdot r_b + r_b \cdot r_c + r_c \cdot r_a}{r_a}$$

$$R_B = \frac{r_a \cdot r_b + r_b \cdot r_c + r_c \cdot r_a}{r_b}$$

$$R_C = \frac{r_a \cdot r_b + r_b \cdot r_c + r_c \cdot r_a}{r_c}$$

Démonstration des lois de Kirchhoff

Lois de Kirchhoff

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

Loi des nœuds

Loi des mailles

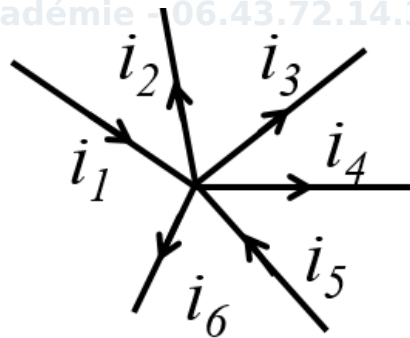
□ Loi des nœuds :

C'est une conséquence de la **conservation de la charge électrique**.

La somme des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des courants qui en partent.

Exemple d'application :

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama



$$i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4 + i_6$$

Plus généralement, la loi des nœuds s'écrit :

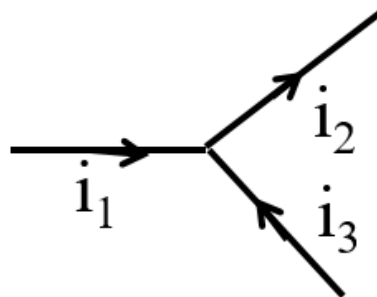
$$\sum \pm i_k = 0$$

+ si le courant i_k aboutit au nœud et - s'il en part.

Exemple d'application :

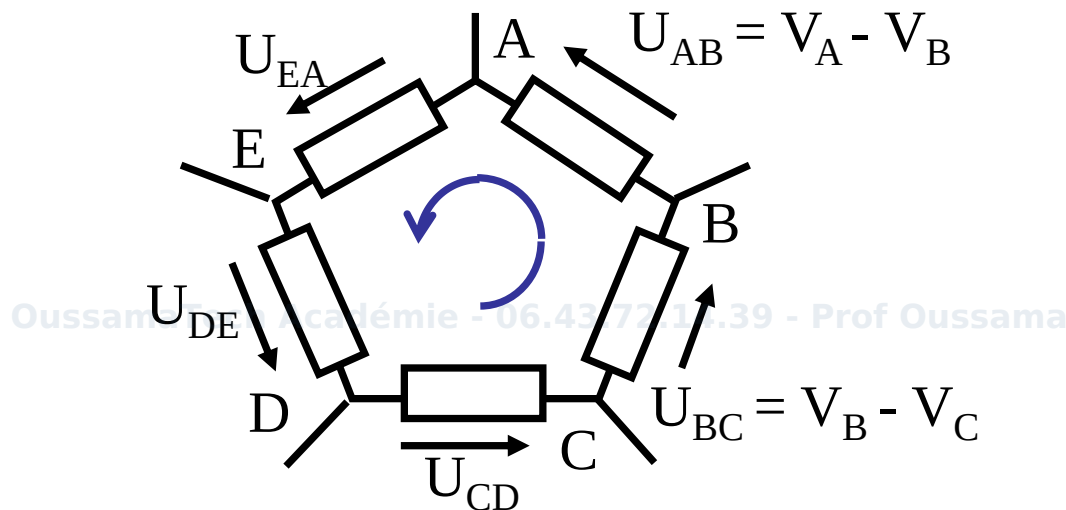
Dans cet exemple, la loi des nœuds s'écrit :

$$+ i_1 - i_2 + i_3 = 0$$



□ Loi des mailles :

La somme des tensions aux bornes des différentes branches d'une maille parcourue dans un sens déterminé est nulle.



Démonstration :

$$U_{AB} + U_{BC} + \dots + U_{EA} = 0$$
$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + \dots + (V_E - V_A) = 0$$

Plus généralement, la loi des mailles s'écrit :

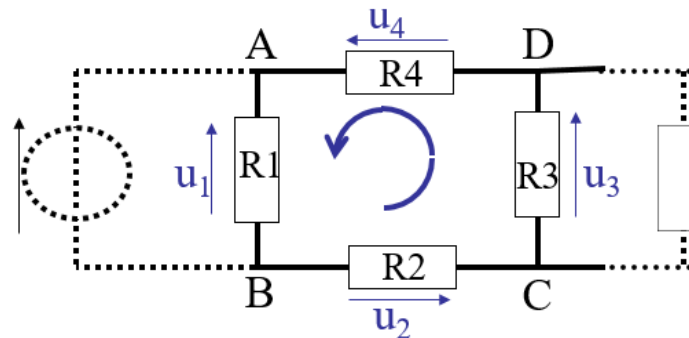
$$\sum \pm u_k = 0$$

+ si la tension u_k est orientée dans le sens de la maille et - dans le cas contraire.

Exemple d'application n°1 :

Considérons la maille ABCD orientée comme indiqué sur la figure ci-dessous. La loi des mailles s'écrit :

$$- u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 0$$



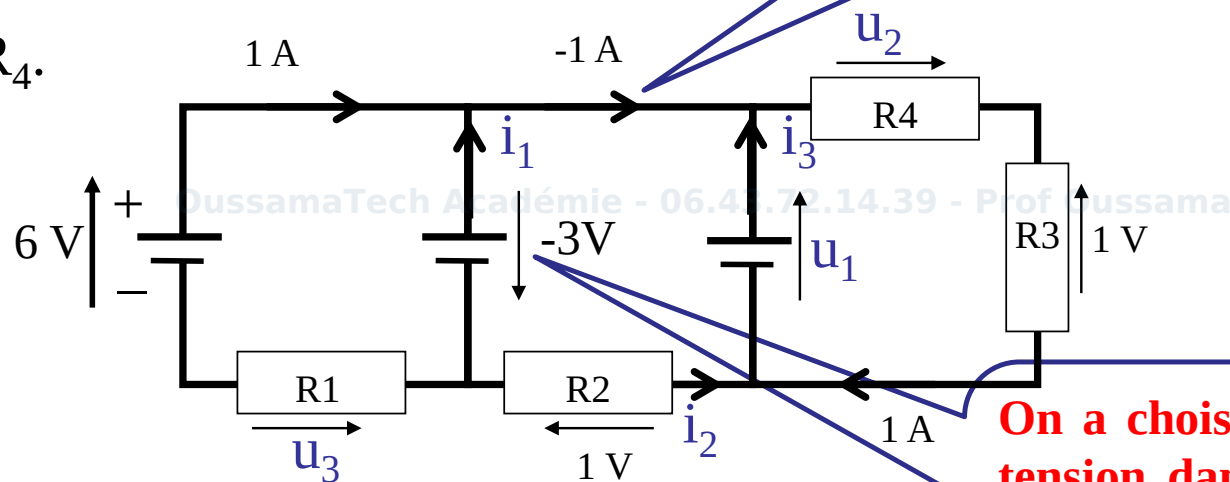
Exemple d'application n°2 :

1°) Calculer les tensions u_1 , u_2 et u_3 .

2°) Calculer les courants i_1 , i_2 et i_3 .

3°) Calculer les résistances R_1 , R_2 , R_3

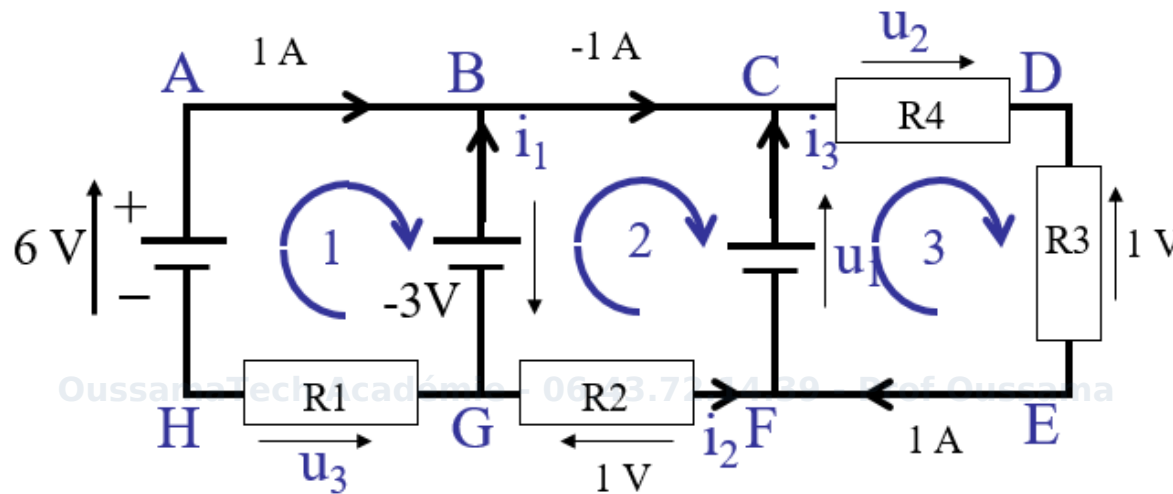
et R_4 .



On a choisi d'orienter le courant dans ce sens. En réalité, il circule dans l'autre sens, donc signe moins.

On a choisi d'orienter la tension dans ce sens. En réalité, elle est dans l'autre sens, donc signe moins.

On choisit les mailles de manière à ce que chaque branche soit contenue dans au moins une maille.

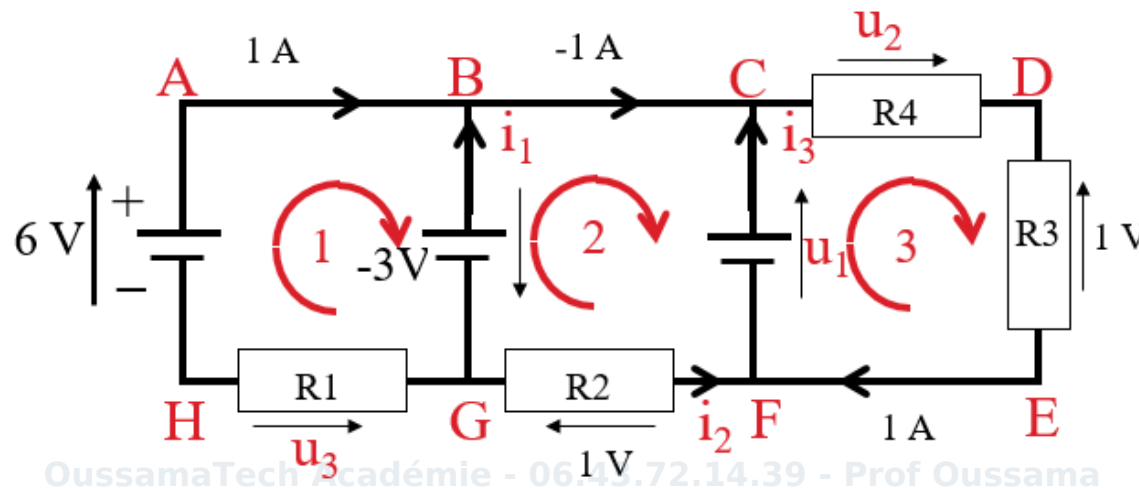


Choisissons la maille ABGH

Ensuite on peut choisir la maille BCFG

Il reste encore une branche qui n'a pas été utilisée, maille CDEF

1°) Application de la loi des mailles : calcul des tensions u_1 , u_2 et u_3

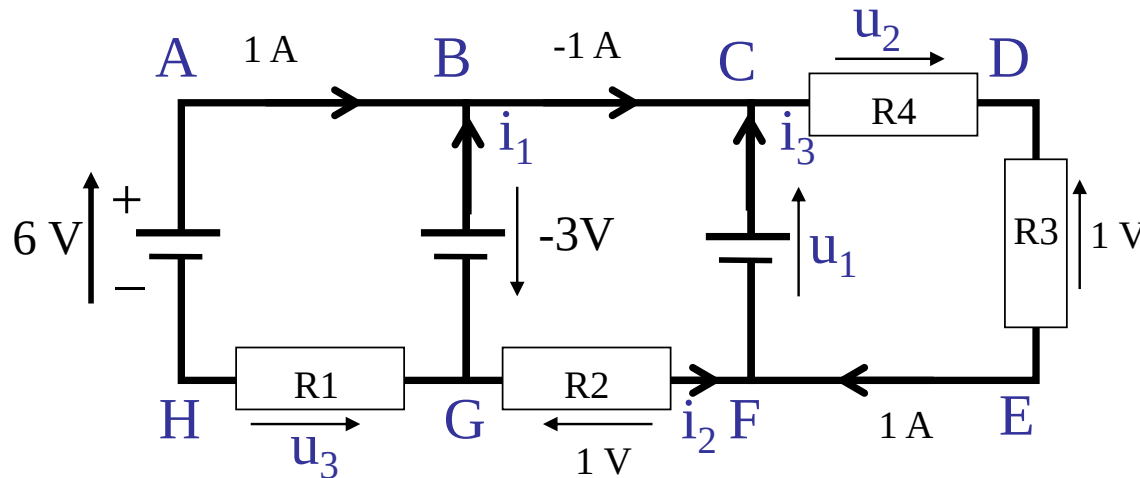


Maille 1 ou [ABGH] : $6 + (-3) - u_3 = 0$ donc : $u_3 = + 3V$

Maille 2 [BCFG] : $-(-3) - u_1 + 1 = 0$ donc : $u_1 = + 4V$

Maille 3 [CDEF] : $u_1 + u_2 - 1 = 0$ donc : $u_2 = - 3V$

2°) Application de la loi des nœuds : calcul des courants i_1 , i_2 et i_3



OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

$$\text{Nœud B : } +1 + i_1 - (-1) = 0 \quad i_1 = -2A$$

$$\text{Nœud C : } -1 -(+1) + i_3 = 0 \quad i_3 = +2A$$

$$\text{Nœud F : } +i_2 - i_3 + 1 = 0 \quad i_2 = +1A$$

3°) On a les courants et les tensions, on en déduit les résistances :

$$R1 = 3\Omega$$

$$R2 = 1\Omega$$

$$R3 = 1\Omega$$

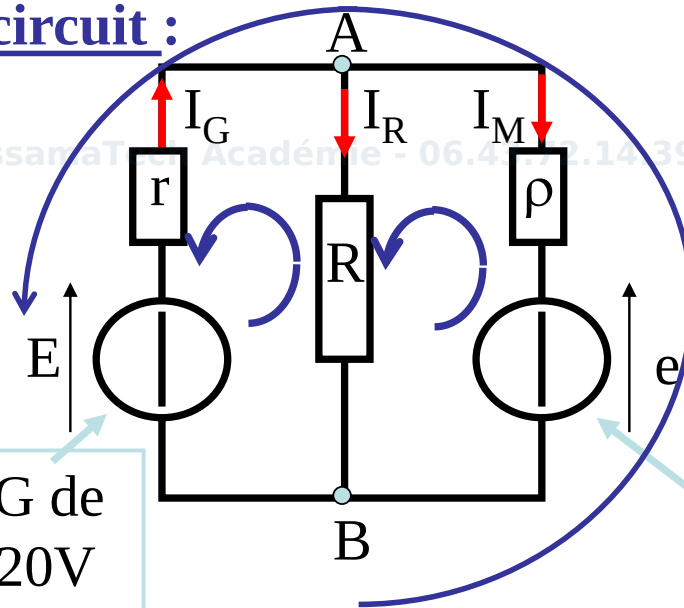
$$R4 = 3\Omega$$

Exemple d'application n°3 :

Le réseau ci-dessous comprend un générateur G de f.e.m $E = 120V$ et de résistance interne $r = 2 \Omega$, un moteur de f.e.m. $e = 100V$ et de résistance $\rho = 10 \Omega$, ainsi qu'une résistance $R = 38 \Omega$.

Calculer I_G , I_M et I_R , ainsi que la tension $U = V_A - V_B$.

Analyse du circuit :



Générateur G de
f.e.m. $E = 120V$

Moteur M de f.e.m.
 $e = 100V$.

○ Deux Nœuds
↻ Trois mailles
— Trois branches
→ 3 courants à
calculer donc il faut
écrire 3 équations

Mise en équation :

- Une équation de nœud :

Nœud A : $I_G - I_R - I_M = 0$

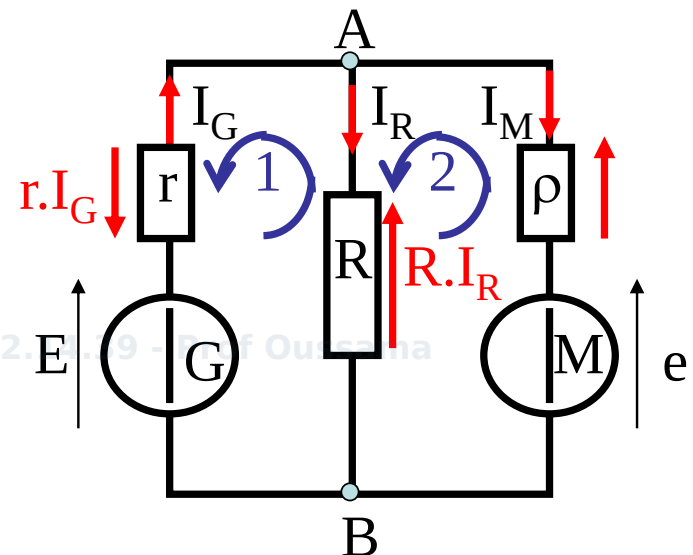
- Deux équations de maille :

Maille 1:

$$R.I_R + r.I_G - E = 0$$

Maille 2 :

$$-R.I_R + e + \rho.I_M = 0$$



Résolution du système d'équations (méthode de déterminant) :

$$I_G - I_R - I_M = 0$$

$$r.I_G + R.I_R + 0.I_M = E$$

$$0.I_G - R.I_R + \rho.I_M = -e$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 \\ r & R & 0 \\ 0 & -R & \rho \end{vmatrix}$$

$$I_G = \frac{\Delta I_G}{\Delta}$$

$$I_M = \frac{\Delta I_M}{\Delta}$$

$$I_R = \frac{\Delta I_R}{\Delta}$$

$$I_G = \frac{\Delta I_G}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E & R & 0 \\ -e & -R & \rho \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 \\ r & R & 0 \\ 0 & -R & \rho \end{vmatrix}}$$

$$I_G = \frac{E(R + \rho) - eR}{\rho R + Rr + \rho r} = 4,117 A$$

$$I_M = \frac{ER - e(R - r)}{\rho R + Rr + \rho r} = 1,176 A$$

$$I_R = \frac{er + E\rho}{\rho R + Rr + \rho r} = 2,941 A$$

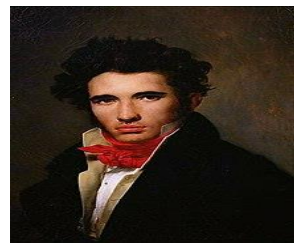
U (pour chaque branche)

$$U = E - r.I_G = R.I_R = e + \rho.I_M$$

$$U = 111.76 V$$

2. Théorème de Thévenin

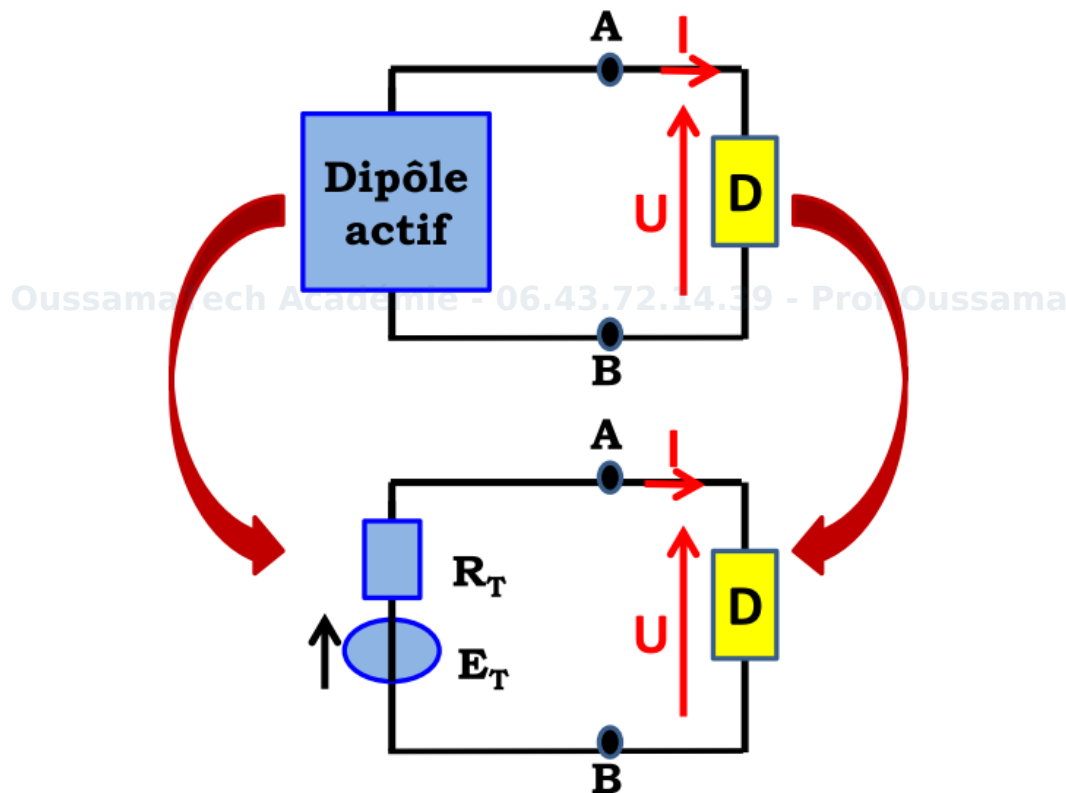
Publié en 1883 par l'ingénieur Français Léon Charles Thévenin.



Tout circuit linéaire peut être modélisé par une source de tension en série avec une résistance.

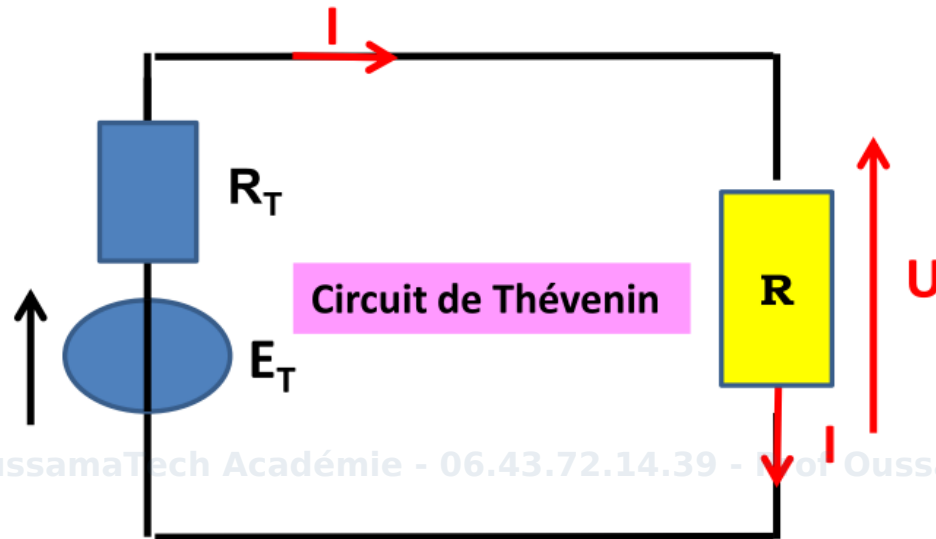
Principe de théorème de Thévenin :

Ce théorème est utile lorsqu'il s'agit de définir **l'intensité I** ou/et la **tension U** dans **une branche** d'un circuit électrique.



Circuit de Thevenin :

Si le dipôle est une résistance pure par exemple :



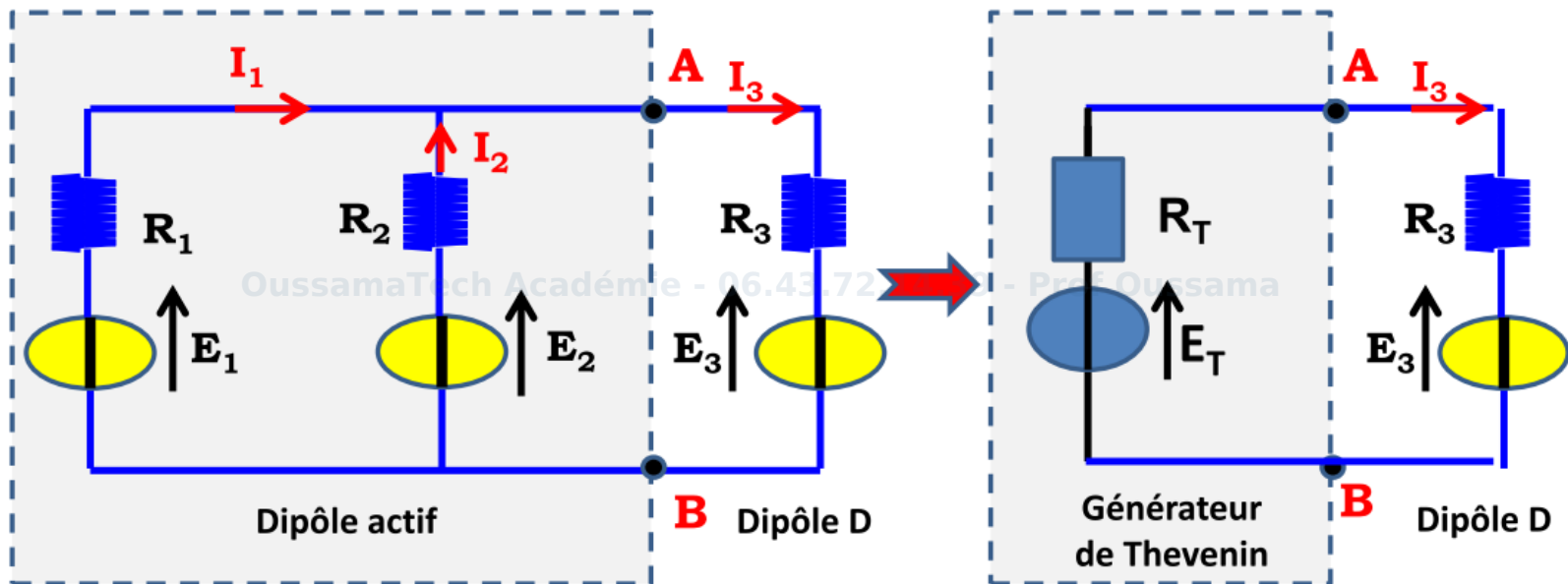
OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

$$I = \frac{E_T}{R + R_T} \quad \text{et} \quad U = R \cdot I$$

$$U = E_T \cdot \frac{R}{R + R_T} \quad \text{et} \quad I = \frac{U}{R}$$

Théorème de Thevenin détermination du couple (E_T , R_T)

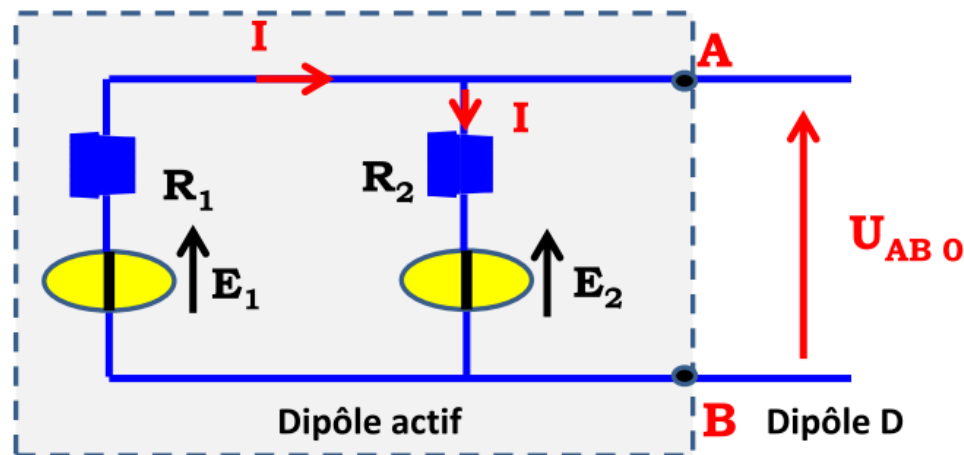
- E_T : d.d.p. aux bornes du dipôle lorsqu'il est à vide.
- R_T : résistance équivalente vue des bornes du dipôle lorsque toutes ses sources sont annulées (éteintes).



Isolation de la branche et remplacement du dipôle actif par un générateur de Thévenin

Détermination de E_T

$$E_T = U_{AB0}$$



■ Le calcul de cette tension est simple, il suffit de calculer le courant $I = I_1 = I_2$ qui circule dans la maille (B, E_1 , R_1 , A, R_2 , E_2 , B). On obtient :

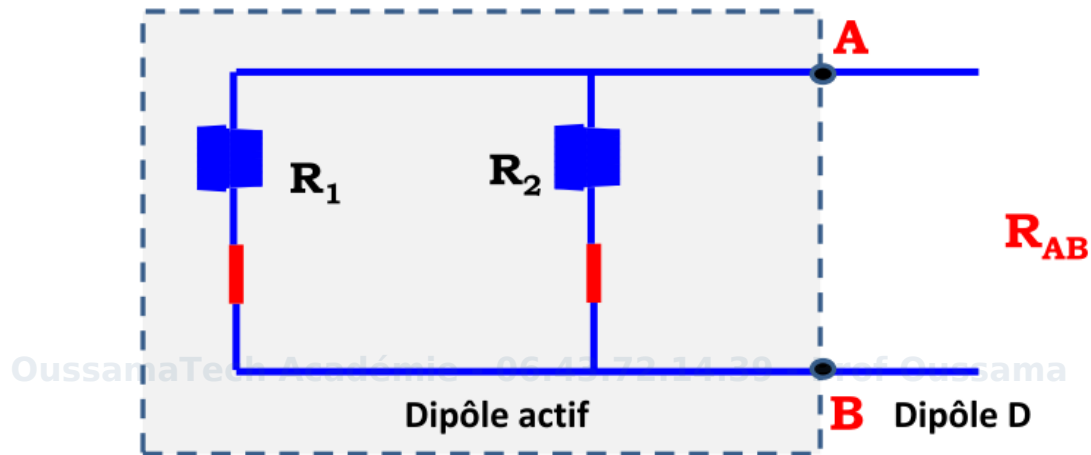
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

■ puis de calculer :

$$U_{AB0} = E_T = E_2 + R_2 \cdot I \quad \text{ou} \quad U_{AB0} = E_T = E_1 - R_1 \cdot I$$

Détermination de R_T

$$R_T = R_{AB}$$



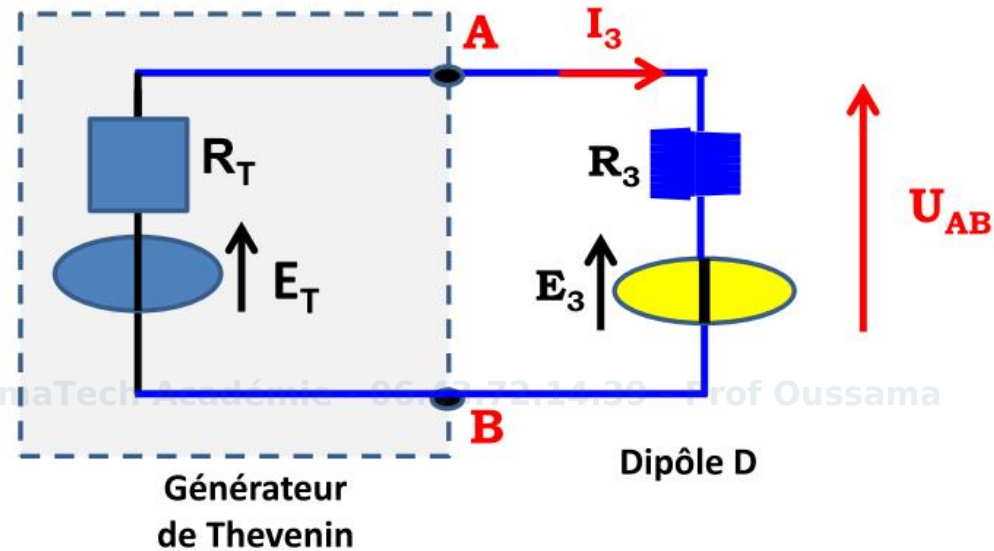
■ On considère le circuit où toutes les f.e.m. sont éteintes, il vient :

$$R_{AB} = R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Circuit de Thévenin



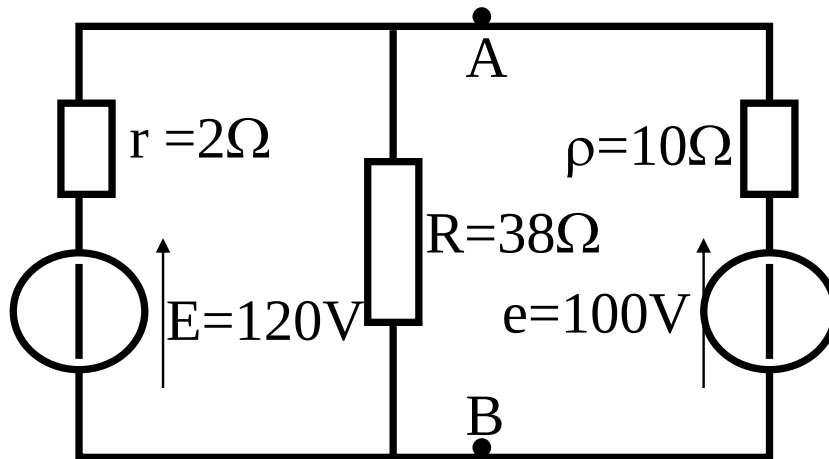
Générateur de Thévenin et dipôle D



$$I_3 = \frac{E_T - E_3}{R_T + R_3}$$

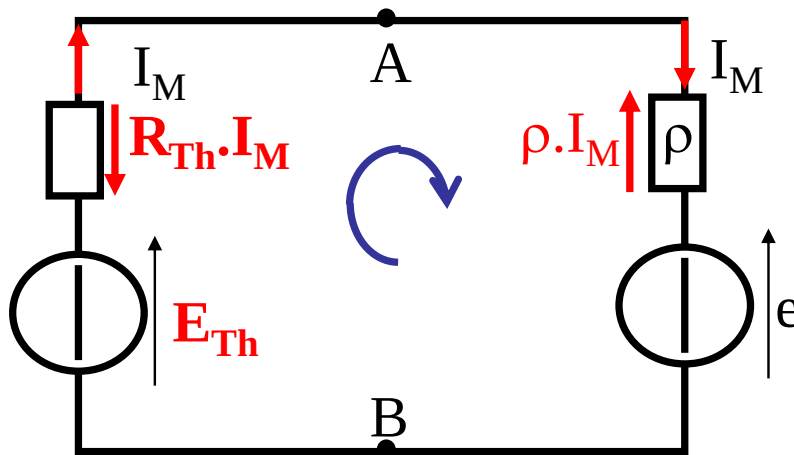
$$U_{AB} = E_3 + R_3 \cdot I_3$$

Exemple d'application n°1 :



$$R_{Th} = \frac{2 \times 38}{2 + 38} = 1,9\Omega$$

$$E_{Th} = E \frac{R}{R + r} = 114V$$



Une seule boucle :

$$+E_{Th} - R_{Th} \cdot I_M - \rho \cdot I_M - e = 0$$

qui s'écrit aussi :

$$E_{Th} - e = I_M \cdot (R_{Th} + \rho)$$

$$I_M = (114 - 100) / (1.9 + 10)$$

$$I_M = (14 / 11.9) = 1.176 A$$

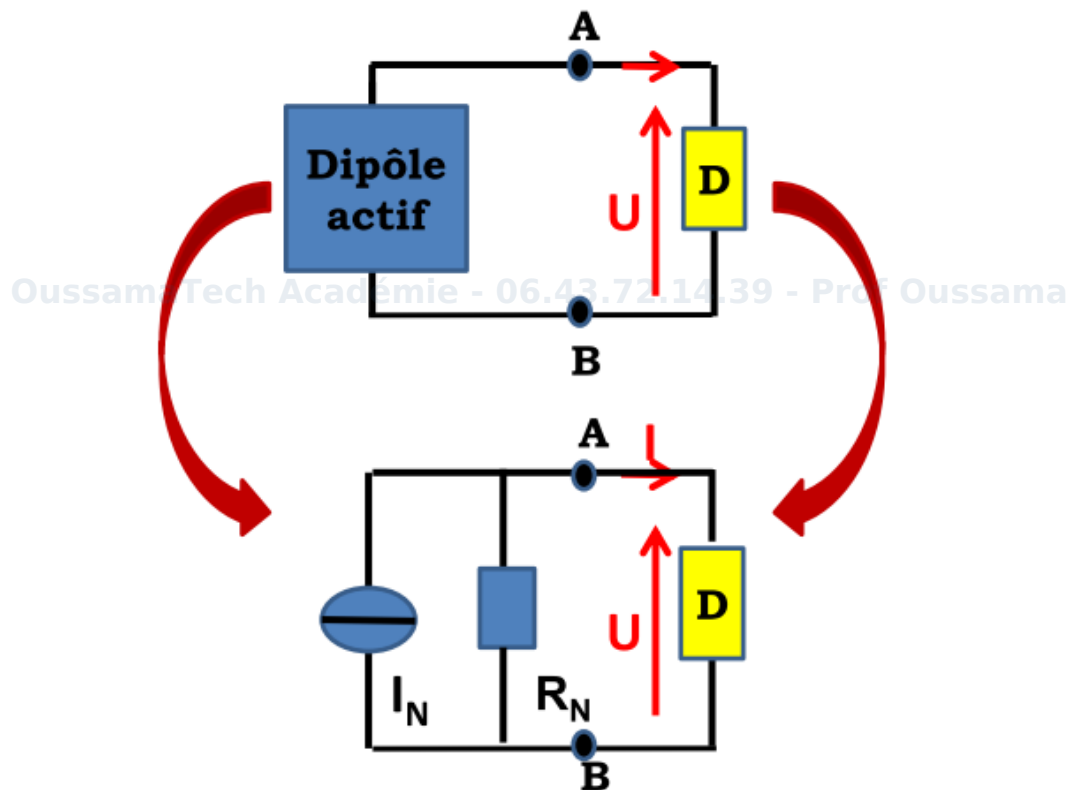
3. Théorème de Norton

Le théorème a été publié en 1926 par l'ingénieur des laboratoires Bell, Edward Lawry Norton.

Tout circuit linéaire peut être modélisé par une source de courant en parallèle avec une résistance.

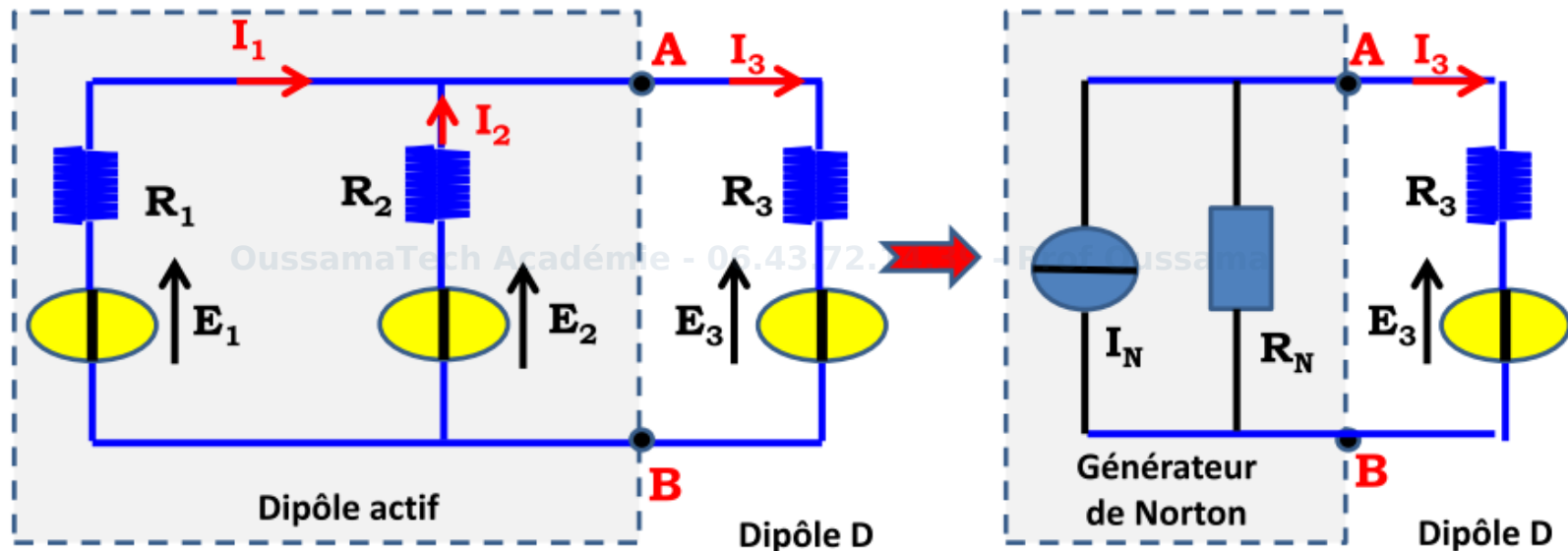
Principe de théorème de Norton :

Ce théorème est utile lorsqu'il s'agit de définir **l'intensité I** ou/et la **tension U** dans **une branche** d'un circuit électrique.



Théorème de Norton : détermination du couple (I_N , R_N)

- I_N : courant circulant dans le dipôle lorsqu'il est court circuité.
- R_N : résistance équivalente vue des bornes du dipôle lorsque toutes ses sources sont éteintes.

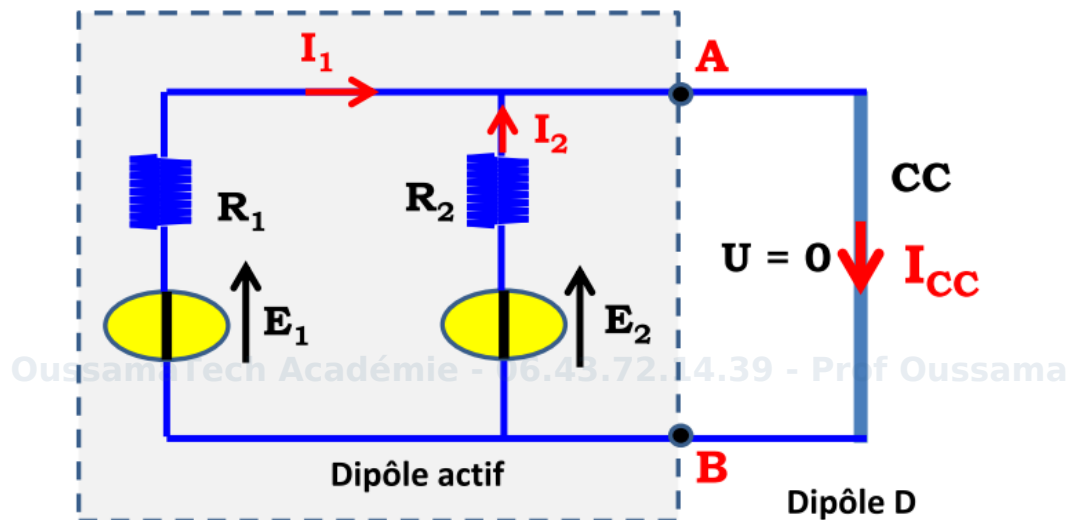


Isolation de la branche et remplacement du dipôle actif par un générateur de Norton

Détermination de I_N

$$I_N = I_{CC}$$

On enlève la branche 3 et on court-circuite A et B, puis on calcule le courant du court circuit.



On a directement :

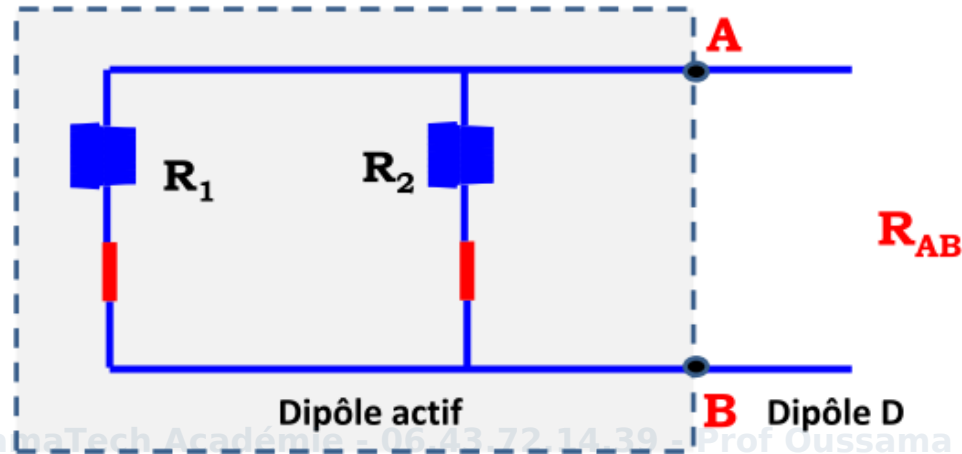
$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} \quad et \quad I_2 = \frac{E_2}{R_2}$$

D'où :

$$I_{CC} = I_N = I_1 + I_2$$

Détermination de R_N

$$R_N = R_{AB}$$



■ On considère le circuit où toutes les f.e.m. sont éteintes, il vient :

$$R_{AB} = R_N = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

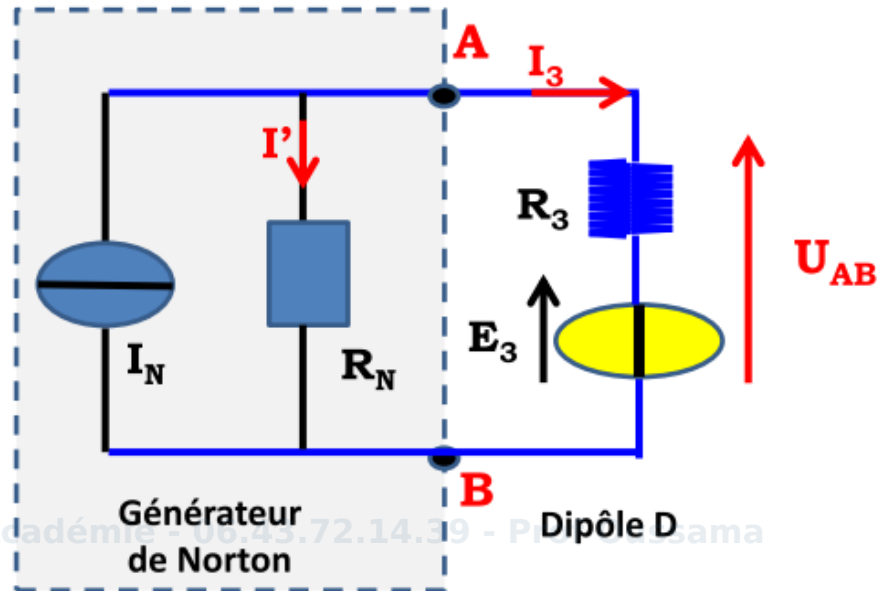
Conclusion :

$$R_N = R_T$$

Circuit de Norton



Générateur de Norton et dipôle D



on a :

$$I_3 = I_N - I' \quad \text{soit} \quad I' = \frac{U}{R_N} = \frac{E_3 + R_3 \cdot I_3}{R_N}$$

d'où :

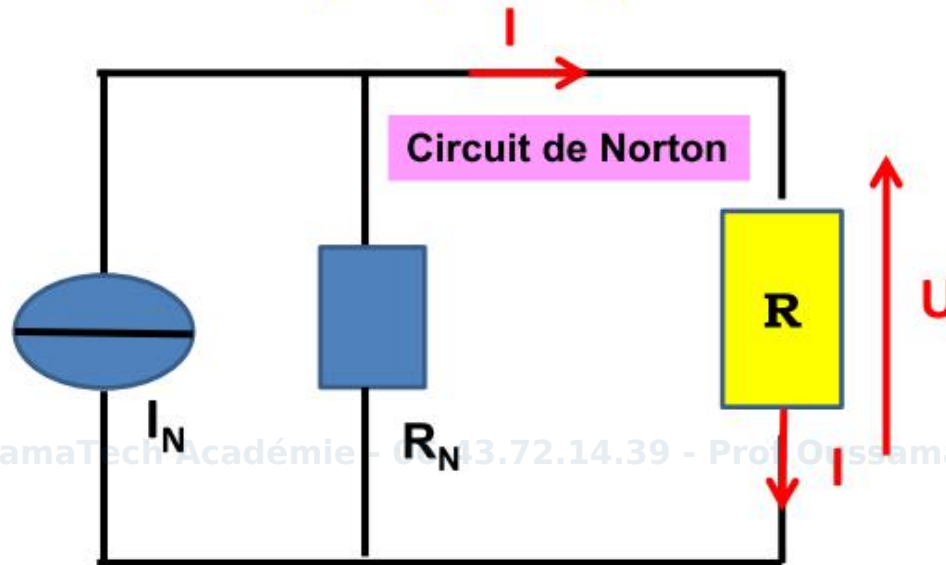
$$I_3 = I_N - \frac{E_3 + R_3 \cdot I_3}{R_N} \Rightarrow I_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_N} \right) = I_N - \frac{E_3}{R_N}$$

$$I_3 = \frac{I_N - \frac{E_3}{R_N}}{1 + \frac{R_3}{R_N}}$$

$$U_{AB} = E_3 + R_3 \cdot I_3$$

Exemple :

Si le dipôle est une résistance pure par exemple :



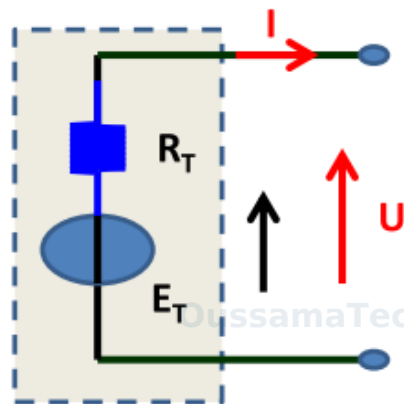
$$I = I_N \cdot \frac{R_N}{R + R_N} \quad \text{et} \quad U = R \cdot I$$

$$U = \frac{R \cdot R_N}{R + R_N} \cdot I_N \quad \text{et} \quad I = \frac{U}{R}$$

Équivalence entre le générateur de Thévenin et le générateur de Norton

A tout dipôle actif, nous pouvons faire correspondre un générateur de tension appelé générateur de Thévenin ou un générateur de courant appelé générateur de Norton

Générateur de Thevenin

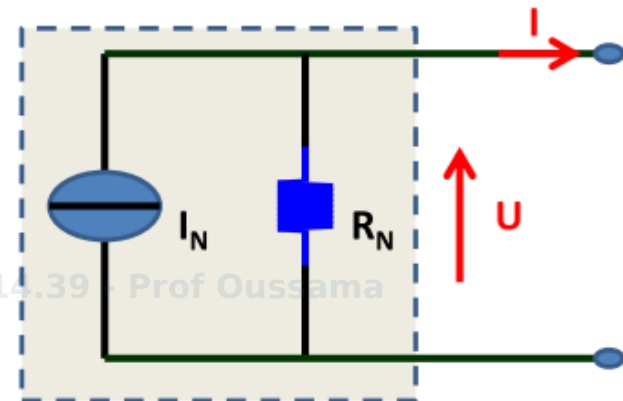


$$U = E_T - R_T I$$

$$E_T = R_N \cdot I_N \quad \text{et} \quad R_T = R_N$$

Générateur réel de tension

Générateur de Norton



$$I = I_N - U/R_N$$

$$I_N = \frac{E_T}{R_T} \quad \text{et} \quad R_N = R_T$$

Générateur réel de courant

équivalence dans les deux sens

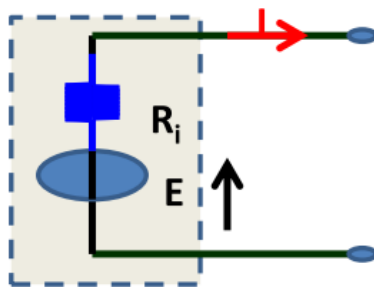
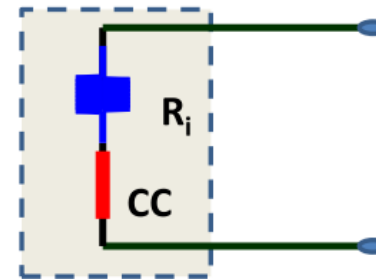
4. Théorème de Superposition

La tension (le courant) entre deux points d'un circuit électrique linéaire comportant plusieurs sources est égale à la somme des tensions (courants) obtenues entre ces deux points lorsque chaque source agit seule.

Méthode d'extinction des sources :

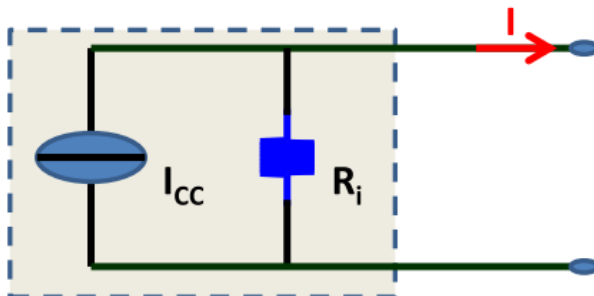
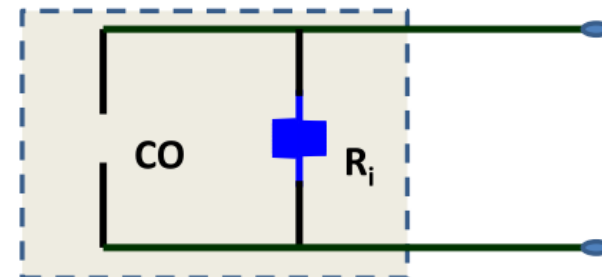
Extinction théorique d'une source de tension

- Éteindre théoriquement une source de tension revient à la remplacer par CC (fil) .

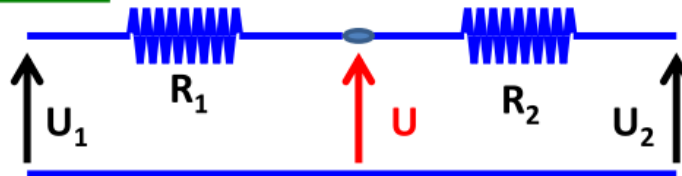


Extinction théorique d'une source de courant

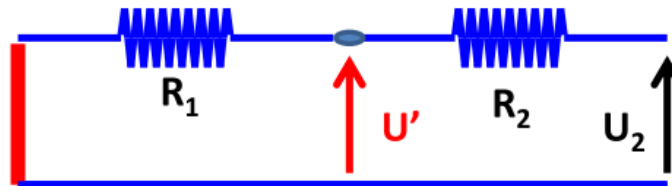
- Éteindre théoriquement une source de courant revient à l'ôter du circuit . (CO)



Exemple de résolution :

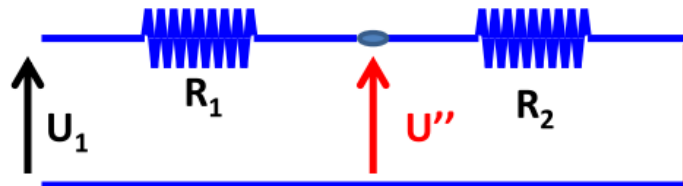


■ Éteignons la source de tension U_1 :



$$U' = U_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

■ Éteignons la source de tension U_2 :



$$U'' = U_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

■ Finalement :

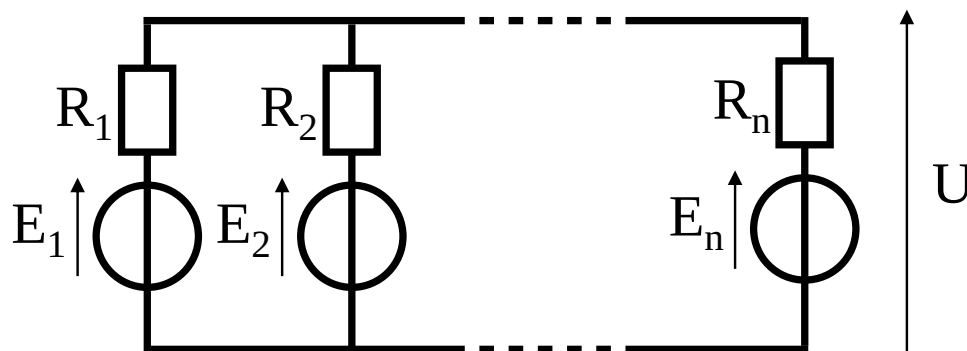
$$U = U' + U''$$

5. Théorème de Millman

Le théorème de Millman s'applique à un circuit électrique constitué de n branches en parallèle. Chacune de ces branches comprenant un générateur de tension parfait en série avec un élément linéaire (comme une résistance par exemple).

Théorème :

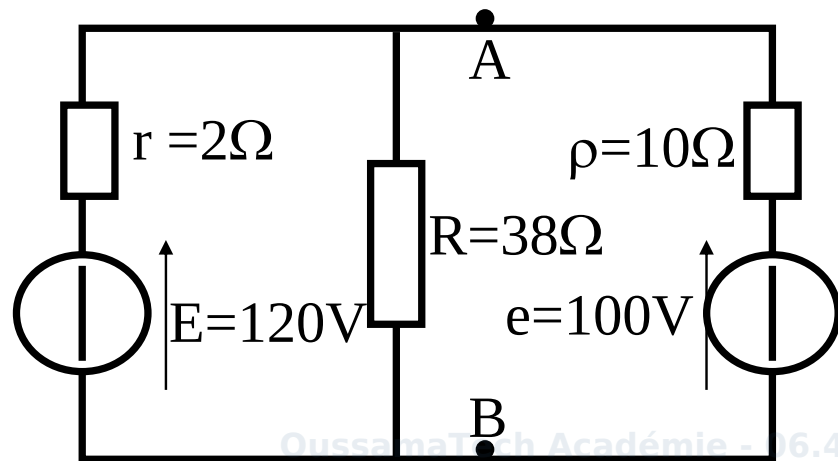
Utile pour calculer un réseau électrique constitué de plusieurs branches en parallèle.



$$U = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

La conductance G_i est l'inverse de la résistance R_i

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n G_i \cdot E_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$$

Exemple d'application n°1 :

$$U_{AB} = \frac{\frac{120}{2} + \frac{0}{38} + \frac{100}{10}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{38} + \frac{1}{10}}$$

$$U_{AB} = 111.76 \text{ V}$$

Ensuite, on calcule facilement les courants dans chaque branche. Par exemple : $I_R = (111.76 \div 38) = 2.941 \text{ A}$

II. Régime alternatif sinusoïdal

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

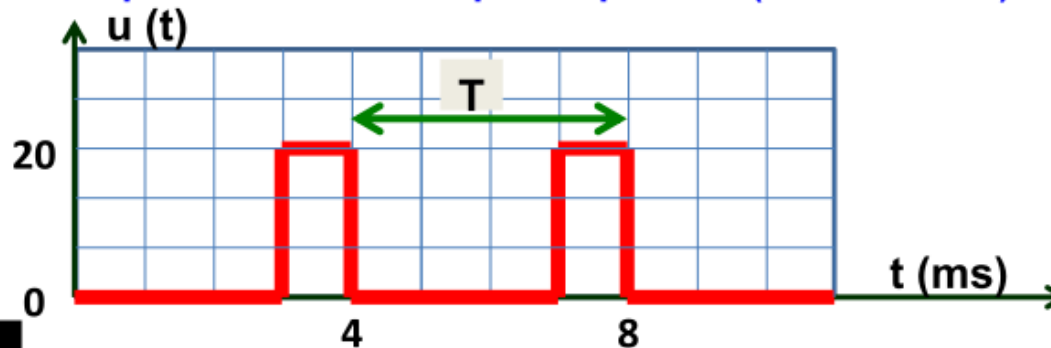
II.1. Introduction : les grandeurs périodiques

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

1°) Période – Fréquence - Pulsation

■ Période :

► Un signal périodique est caractérisé par sa période (en secondes) : T



■ Fréquence :

► La fréquence f (en hertz) correspond au nombre de périodes par unité de temps :

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\begin{array}{ll} T & \rightarrow 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ 250 \cdot T & \rightarrow 1 \text{ s} \end{array}$$

■ Pulsation :

► La pulsation (en radians par seconde) est définie par :

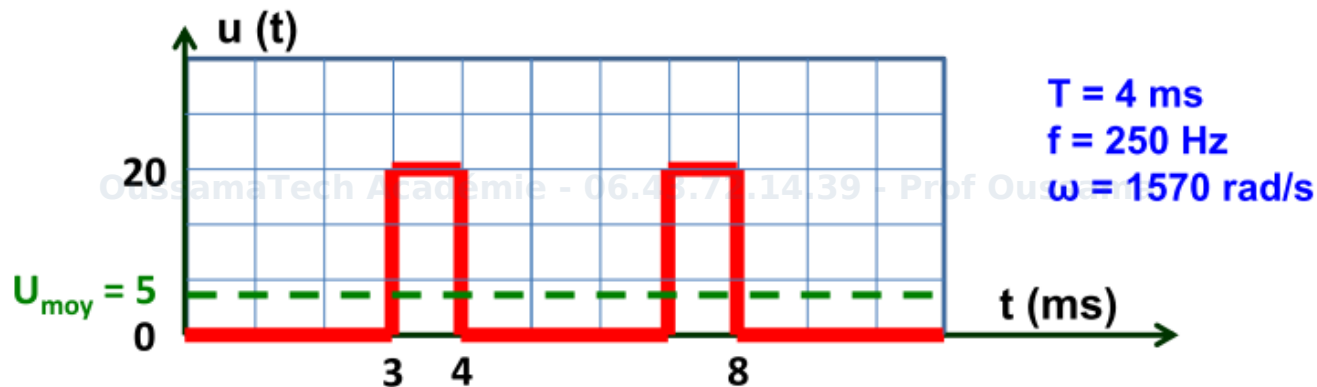
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Application numérique : $T = 4 \text{ ms}$ $\leftrightarrow$ $f = 250 \text{ Hz}$ $\leftrightarrow$ $\omega = 2\pi \cdot f = 1570 \text{ (rad/s)}$

2°) Valeur moyenne

► On note $\langle u \rangle$ la valeur moyenne dans le temps de la tension $u(t)$:

$$U_{moy} = \langle u \rangle = \overline{U} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$$



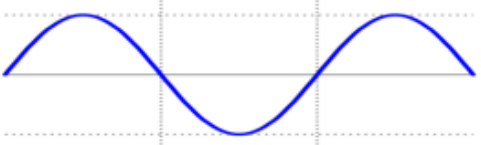
Application numérique :

$$U_{moy} = \langle u \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_3^4 20 \cdot dt = \frac{20 \cdot 1}{4} = 5 \text{ V}$$

Cas particuliers :

Formules pour les signaux alternatifs classiques :

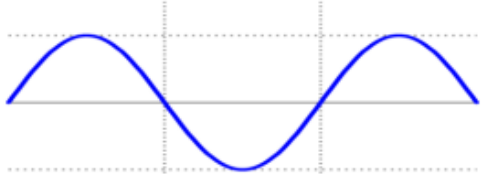
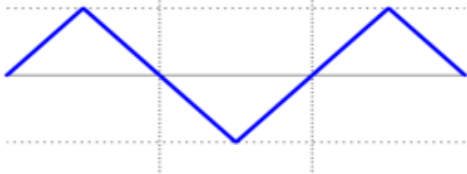
$$U_{moy} = \langle u \rangle = \overline{U} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$$

Signal (régime établi)	Forme d'onde	U_{moy}
Sinusoïdal		0
Triangulaire		0
Carré		0

Cas particuliers :

Formules pour les signaux alternatifs classiques :

$$I_{moyf} = \langle i \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) \cdot dt$$

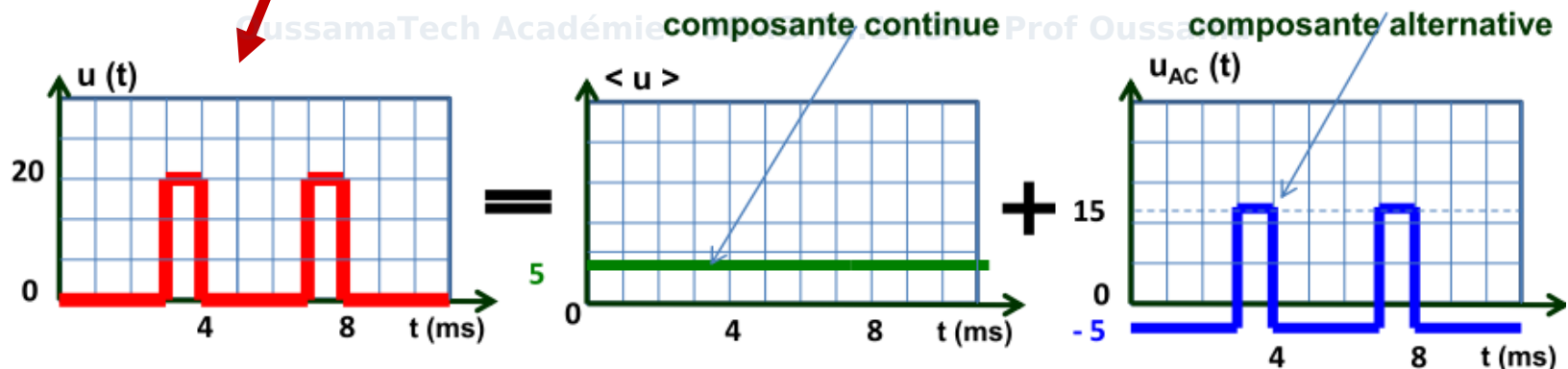
Signal (régime établi)	Forme d'onde	I_{moy}
Sinusoïdal		0
Triangulaire		0
Carré		0

3°) Composante continue (DC --) et composante alternative (AC ~)

► Une grandeur périodique a deux composantes :

- la composante continue (c'est la valeur moyenne ou « offset »)
- et la composante alternative

$$u(t) = \underbrace{u_{DC}}_{-} + \underbrace{u_{AC}(t)}_{\sim} = \langle u \rangle + u_{AC}(t)$$



Remarques :

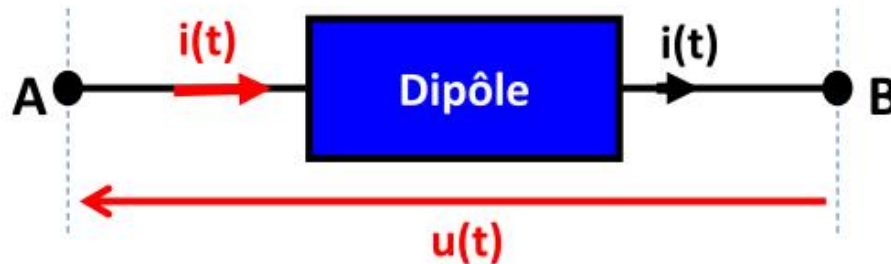
- la composante alternative a une valeur moyenne nulle :

$$\langle u_{AC} \rangle = 0$$

- une grandeur périodique alternative n'a pas de composante continue :

$$\langle u \rangle = 0$$

4°) Puissance électrique



$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

► $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ est la puissance électrique consommée à l'instant t (ou puissance instantanée).

► En régime périodique, ce n'est pas $p(t)$ qu'il est intéressant de connaître mais la puissance moyenne dans le temps :

$$P_{\text{moy}} = \langle p \rangle = \langle u \cdot i \rangle = P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

Attention : en général

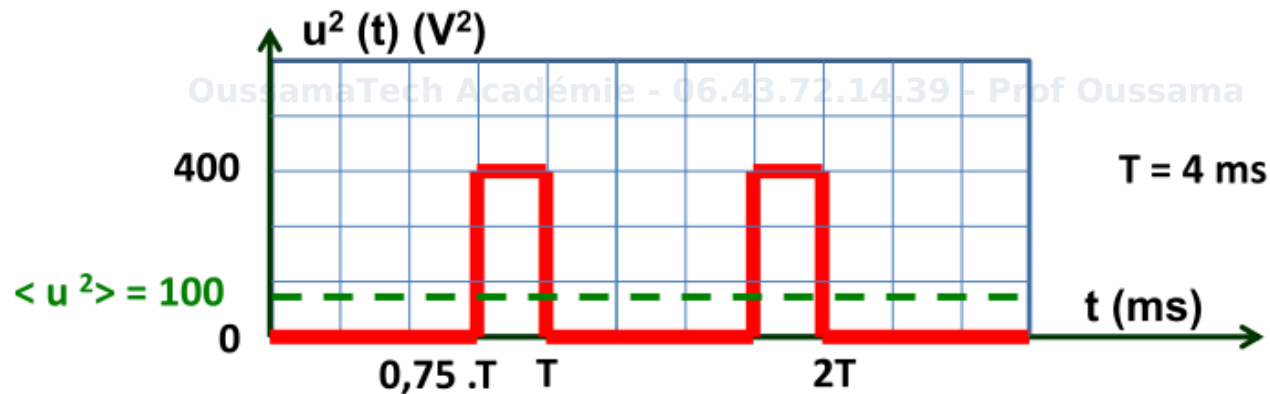
$$\langle u \cdot i \rangle \neq \langle u \rangle \cdot \langle i \rangle$$

5°) Valeur efficace

► Par définition, la valeur efficace U_{eff} de la tension $u(t)$ est :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$$

► Autrement : c'est la racine de la valeur moyenne du carré de la tension $u(t)$.



Application numérique :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{0,75T}^T 400 \cdot dt} = \sqrt{400 \cdot 0,25} = 10 V$$

Remarques :**► Valeur efficace d'un courant électrique :**

$$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

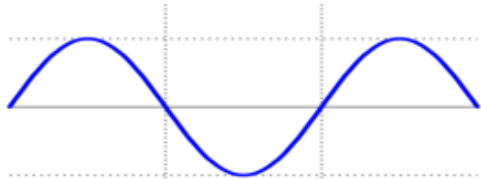
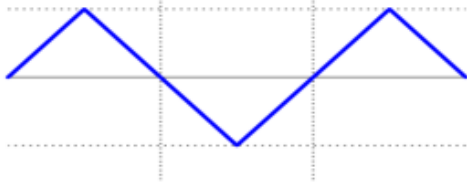
Définition physique : ch Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

► En électricité, la valeur efficace d'un courant ou d'une tension variables au cours du temps, correspond à la valeur d'un courant continu ou d'une tension continue qui produirait un échauffement identique dans une résistance.

Cas particuliers :

Formules pour les signaux alternatifs classiques :

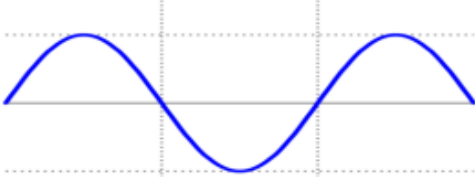
$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$$

Signal (régime établi)	Forme d'onde	U_{eff}
Sinusoidal		$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$
Triangulaire		$\frac{U_{max}}{\sqrt{3}}$
Carré		U_{max}

Cas particuliers :

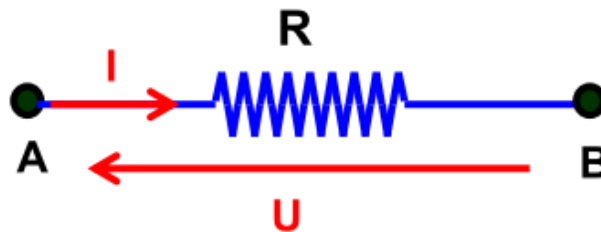
Formules pour les signaux alternatifs classiques :

$$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

Signal (régime établi)	Forme d'onde	I_{eff}
Sinusoidal		$\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$
Triangulaire		$\frac{I_{max}}{\sqrt{3}}$
Carré		I_{max}

6°) Signification physique de la valeur efficace

► Soit une résistance parcourue par un courant continu :

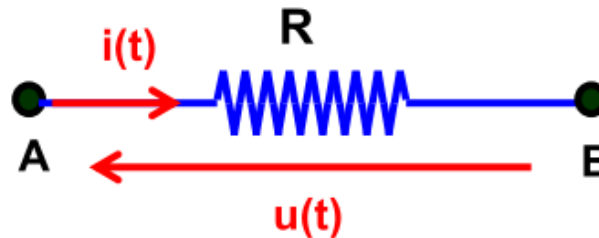


► La résistance consomme une puissance électrique :

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

(loi de Joule)

- Soit la même résistance parcourue par un courant périodique $i(t)$ de valeur efficace I_{eff} :



- La puissance moyenne consommée est :

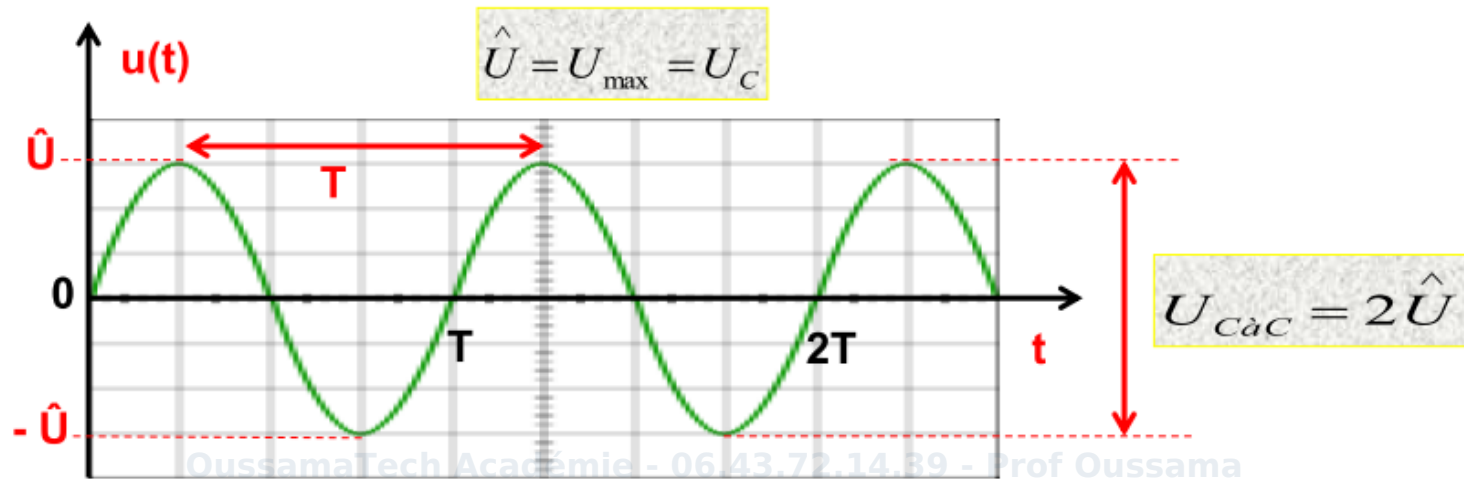
$$P = \langle R \cdot i^2 \rangle = R \cdot \langle i^2 \rangle = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

- Pour avoir les mêmes effets thermiques, il faut que I_{eff} soit égal à la valeur du courant en régime continu I (idem pour les tensions) :

La notion de valeur efficace est liée à l'énergie.

7°) Cas particulier des grandeurs sinusoïdales alternatives

► $\hat{U}$ désigne la tension maximale $U_{\max}$ (ou tension crête U_C) On montre que :



► La tension efficace est :

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Exemple :

ONEE fournit une tension sinusoïdale alternative de valeur efficace 230 V et de fréquence 50 Hz.

► Pour un courant sinusoïdal alternatif :

$$I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Remarque :

Signal périodique sinusoïdal, triangulaire ou carré non alternatif

► La valeur efficace est une grandeur positive.

$$U_{eff}^2 = \langle u \rangle^2 + U_{AC eff}^2$$

Valeur moyenne du signal, dont l'unité est le Volt, noté V

Valeur efficace de la composante alternative du signal, dont l'unité est le Volt, noté V

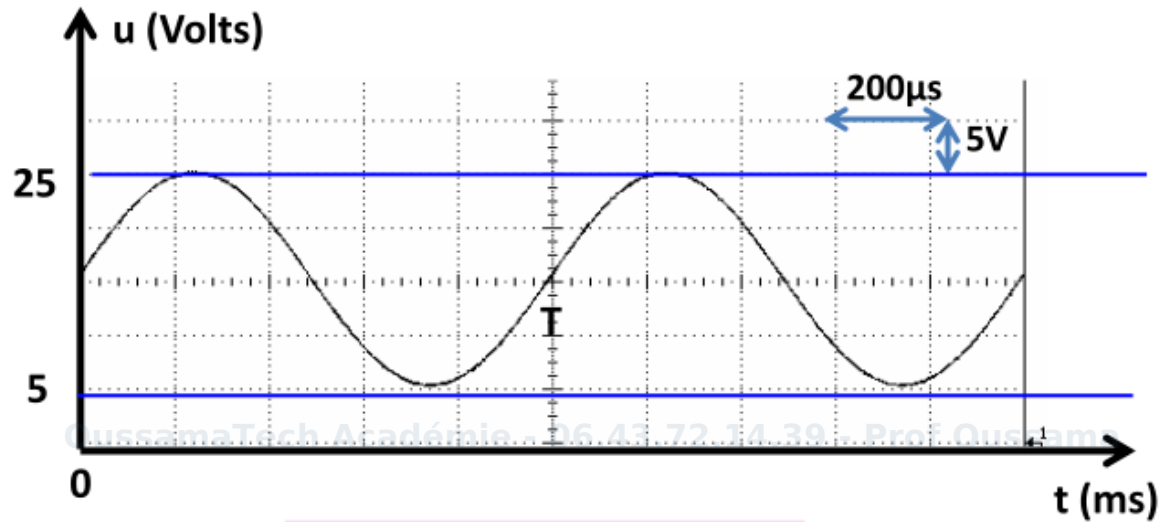
$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + U_{AC eff}^2}$$

$$U_{eff} > 0$$

Application numérique n°1 :

Signal périodique sinusoïdal non alternatif

Calculer la valeur efficace de la tension suivante :



$$U_{AC_{eff}} = \frac{U}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07 V$$

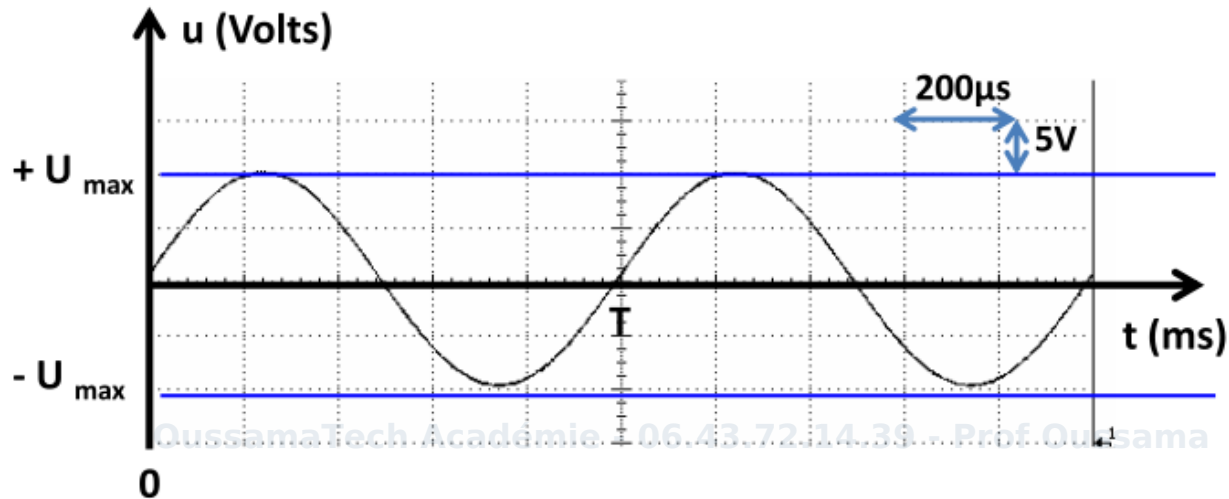
$$\langle u \rangle = \frac{25 + 5}{2} = 15 V$$

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u \rangle^2 + U_{AC_{eff}}^2} = \sqrt{15^2 + 7,07^2} = 16,58 V$$

Application numérique n°2 :

Signal périodique sinusoïdal alternatif

Calculer la valeur efficace de la tension suivante :



$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\text{eff}} = 7.07 \text{ V}$$

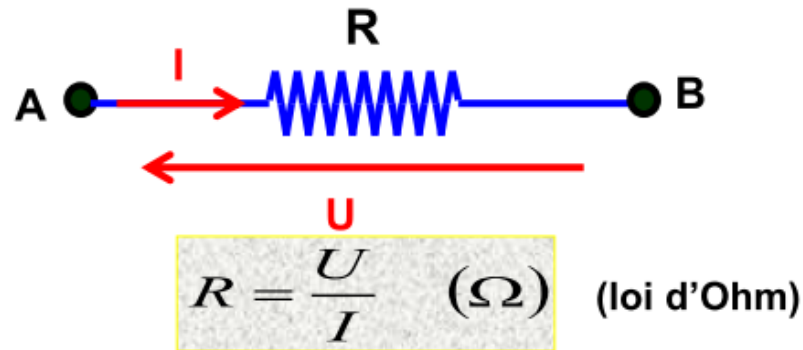
$$\hat{U} = U_{\max}$$

$$U_{\max} = 10 \text{ V}$$

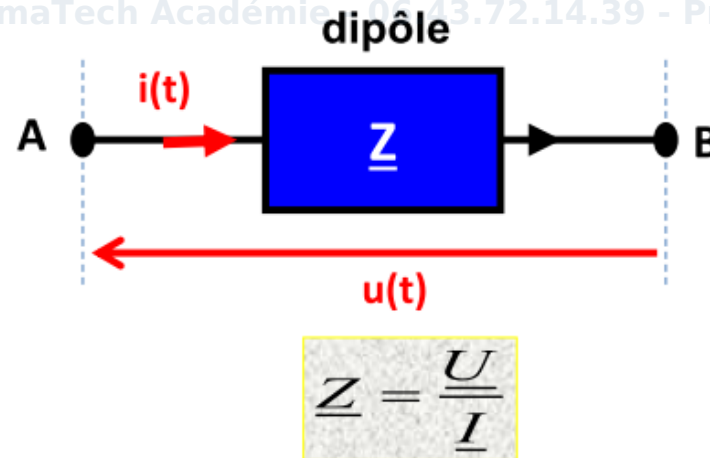
II.2. Les dipôles passifs en régime alternatif sinusoïdal

1°) Impédance complexe

► En régime continu, un dipôle passif linéaire est caractérisé par sa résistance R :



► En régime sinusoïdal, un dipôle passif linéaire est caractérisé par son impédance complexe $\underline{Z}$:



- L'impédance Z (en Ω) est le module de $\underline{Z}$:

$$Z(\Omega) = \frac{U_{eff} (V)}{I_{eff} (A)}$$

- Le déphasage de u par rapport à i correspond à l'argument de $\underline{Z}$:

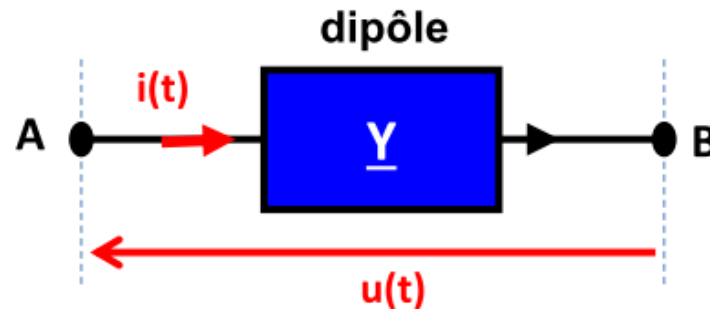
$$\arg(\underline{Z}) = \varphi_{u/i}$$

- En définitive :

$$\underline{Z} = (Z, \varphi_{u/i}) = \left(\frac{U_{eff}}{I_{eff}}, \varphi_{u/i} \right)$$

2°) Admittance complexe

- L'admittance complexe est l'inverse de l'impédance complexe :



$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama

- Y est l'admittance (en siemens S) :

$$Y = \frac{I_{eff}}{U_{eff}} = \frac{1}{Z}$$

- Le déphasage de i par rapport à u correspond à l'argument de $\underline{Y}$:

$$\arg(\underline{Y}) = \varphi_{i/u} = -\arg(\underline{Z})$$

3°) Relations de passage de $\underline{z}$ à $\underline{y}$ et inversement



$$\left. \begin{array}{l} \underline{z} : \text{impédance du dipôle} \\ \underline{y} : \text{admittance du dipôle} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{z} = \frac{1}{\underline{y}} \quad \text{ou} \quad \underline{y} = \frac{1}{\underline{z}}$$

$$\underline{z} = R + jX = Ze^{j\varphi}$$

$$R : \text{résistance du dipôle} \Rightarrow R = Z \cos \varphi$$

$$X : \text{réactance du dipôle} \Rightarrow X = Z \sin \varphi$$

$$Z : \text{module de } \underline{z} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi : \text{argument de } \underline{z} \Rightarrow \varphi = \arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

$$\underline{y} = G + jB = Ye^{j\psi}$$

$$G : \text{conductance du dipôle} \Rightarrow G = Y \cos \psi$$

$$B : \text{susceptance du dipôle} \Rightarrow B = Y \sin \psi$$

$$Y : \text{module de } \underline{y} \Rightarrow Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$\psi : \text{argument de } \underline{y} \Rightarrow \psi = \arctg\left(\frac{B}{G}\right)$$

$$\underline{z} = \frac{1}{\underline{y}} \Leftrightarrow R + jX = \frac{1}{G + jB}$$

$$\begin{cases} R = \frac{G}{G^2 + B^2} \\ X = \frac{-B}{G^2 + B^2} \end{cases}$$

$$\underline{y} = \frac{1}{\underline{z}} \Leftrightarrow G + jB = \frac{1}{R + jX}$$

$$\begin{cases} G = \frac{R}{R^2 + X^2} \\ B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \end{cases}$$

$$\underline{z} = \frac{1}{\underline{y}} \Leftrightarrow Z e^{j\varphi} = \frac{1}{Y e^{j\Psi}}$$

$$\begin{cases} Z = \frac{1}{Y} \\ \varphi = -\Psi \end{cases}$$

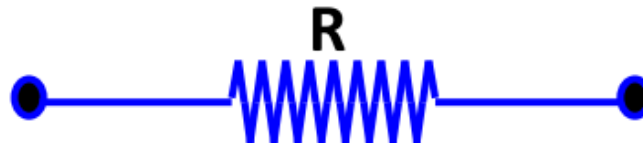
$$\underline{y} = \frac{1}{\underline{z}} \Leftrightarrow Y e^{j\psi} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}}$$

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{Z} \\ \psi = -\varphi \end{cases}$$

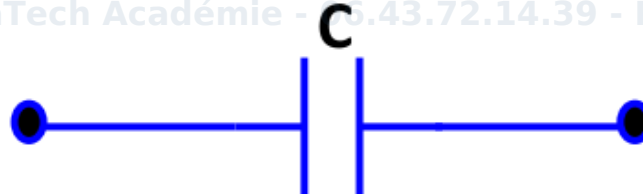
4°) Dipôles passifs élémentaires en régime alternatif sinusoïdal

Un dipôle élémentaire est constitué par des composants élémentaires tels que :

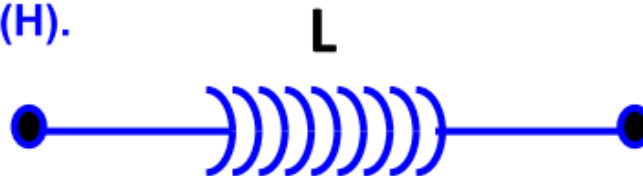
La résistance R : élément dissipateur de l'énergie par effet joule (Ω)



Le condensateur C : élément accumulateur de l'énergie électrostatique (F)

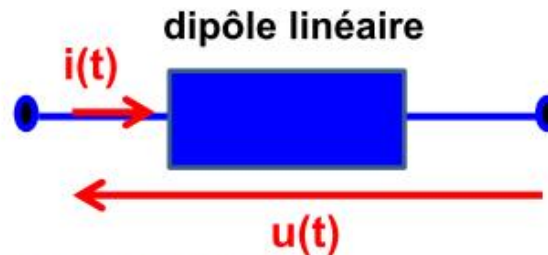


La bobine ou inductance L : élément accumulateur de l'énergie électromagnétique (H).



II.3. Puissance en régime alternatif sinusoïdal

OussamaTech Académie - 06.43.72.14.39 - Prof Oussama



- La puissance instantanée $p(t)$ est :

$$p = u(t) \cdot i(t)$$

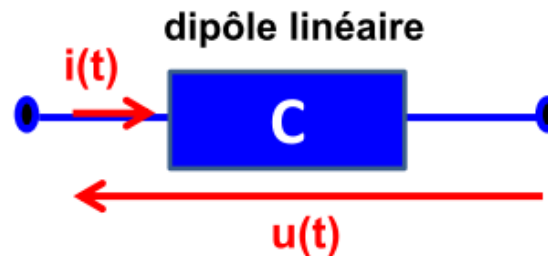
- On montre que la puissance moyenne consommée (ou puissance active) est :

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt \Rightarrow P_{\text{moy}} = P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_{u/i})$$

- Le terme $\cos\varphi$ est appelé facteur de puissance.

Application numérique :

- Calculer la puissance active d'un condensateur parfait.



$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_{u/i})$$

- On sait que :

$$\varphi_{u/i} = -90^\circ$$

 $\Rightarrow$

$$P = 0 \text{ Watt}$$

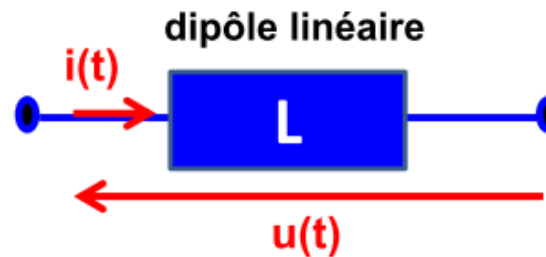
(pas d'échauffement)

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_C = \frac{1}{C\omega} \\ \varphi_{u/i} = -90^\circ \end{array} \right.$$

$$U_{eff} = \frac{1}{C\omega} \cdot I_{eff} \quad (\text{loi d'Ohm})$$

Application numérique :

- Calculer la puissance active d'une inductance parfaite.



$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_{u/i})$$

► On sait que : $\varphi_{u/i} = +90^\circ \Rightarrow P = 0 \text{ Watt}$

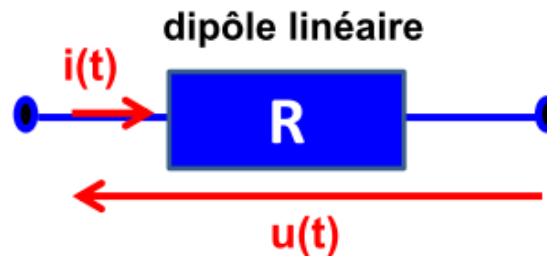
(pas d'échauffement)

$$\underline{Z}_L = jL\omega \quad \begin{cases} Z_R = L\omega \\ \varphi_{u/i} = +90^\circ \end{cases}$$

$$U_{eff} = L\omega \cdot I_{eff} \quad (\text{loi d'Ohm})$$

Application numérique :

- Calculer la puissance active d'une résistance.



$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_{u/i})$$

- On sait que :

$$\varphi_{u/i} = 0^\circ$$

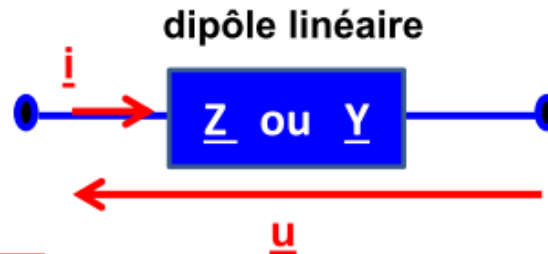
 $\Rightarrow$

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \text{ (Watt)}$$

(échauffement)

$$\underline{Z}_R = R \quad \begin{cases} Z_R = R \\ \varphi_{u/i} = 0^\circ \end{cases}$$

$$U_{eff} = R \cdot I_{eff} \quad (\text{loi d'Ohm})$$

Résumé :**■ Résistance pure R :**

$$u(t) = R \cdot i(t) \rightarrow \underline{u} = R \cdot \underline{i}$$

$$\underline{Z}_R = R \Rightarrow Z_R = R \quad \text{et} \quad \varphi_{u/i} = 0$$

■ Inductance pure L :

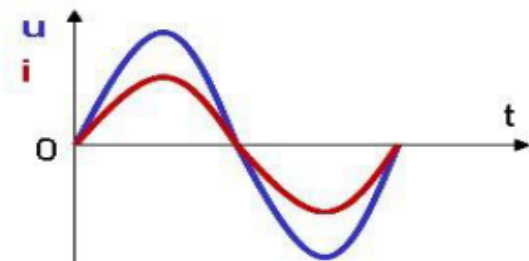
$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \rightarrow \underline{u} = jL\omega \cdot \underline{i}$$

$$\underline{Z}_L = L\omega \cdot e^{+j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow Z_L = L\omega \quad \text{et} \quad \varphi_{u/i} = +90^\circ$$

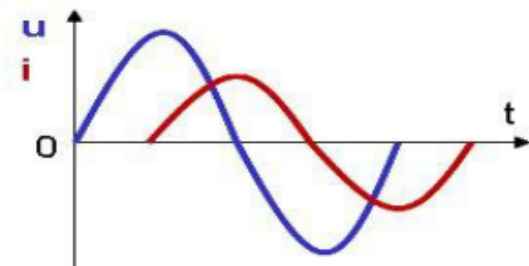
■ Condensateur pur C :

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt \rightarrow \underline{u} = \frac{1}{jC\omega} \cdot \underline{i}$$

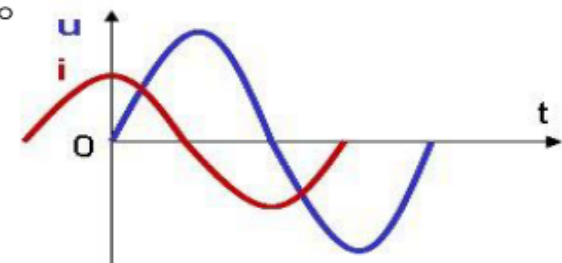
$$\underline{Z}_C = \frac{1}{C\omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow Z_C = \frac{1}{C\omega} \quad \text{et} \quad \varphi_{u/i} = -90^\circ$$



Aucun déphasage de i sur u



Le courant est en retard d'un quart de période sur la tension



Le courant est en avance d'un quart de période sur la tension