

Série de TD n° 3

Circuit électrique et électronique

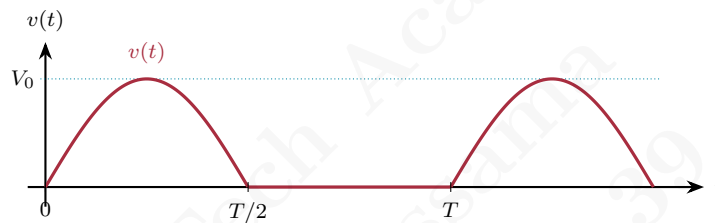
Semestre 1 – Signaux, régimes transitoire et sinusoïdal

Académie : OussamaTech Academy **Professeur :** Prof Oussama
Module : Circuits électriques et électroniques **Niveau :** Semestre 1 (S1)

PARTIE I – ÉNONCÉS

Exercice 1

On considère le signal périodique de période T représenté ci-dessous :



Sur une période, il est défini par :

$$v(t) = \begin{cases} V_0 \sin(\omega t), & 0 \leq t \leq T/2, \\ 0, & T/2 < t \leq T, \end{cases} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

- Donner l'expression de la valeur moyenne V_{moy} de $v(t)$.
- Donner l'expression de sa valeur efficace V_{eff} .

Exercice 2

La valeur instantanée du courant sinusoïdal est :

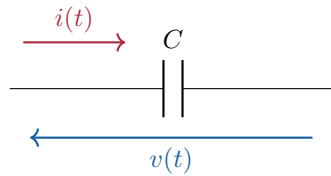
$$i(t) = 15,5 \sin \left(100\pi t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ A.}$$

- Donner la valeur maximale de ce courant.
- Déterminer sa valeur efficace.
- Déterminer sa fréquence.
- Déterminer sa période.
- Calculer $i(0)$ et $i(25 \text{ ms})$.
- Le courant traverse une résistance $R = 10 \Omega$. Déterminer :
 - l'expression instantanée $u(t)$;
 - la valeur maximale de $u(t)$;
 - sa valeur efficace.

Exercice 3

Un condensateur de capacité C est traversé par un courant et soumis à une tension tels que :

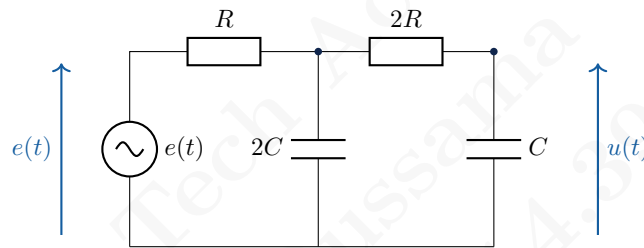
$$i(t) = 3 \cos(500t + 45^\circ) \text{ mA}, \quad v(t) = 12 \cos(500t - 45^\circ) \text{ V}.$$



Déterminer la capacité C .

Exercice 4

On considère le montage représenté ci-dessous, alimenté par une tension sinusoïdale $e(t)$.

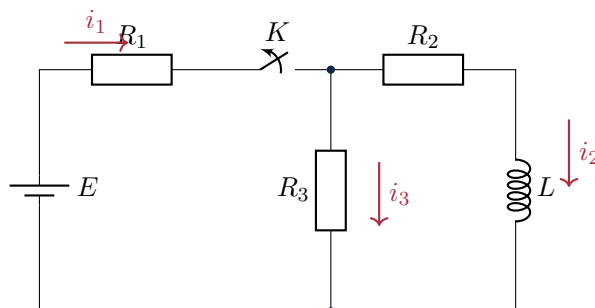


En utilisant les grandeurs complexes, montrer que la tension de sortie $u(t)$ vérifie :

$$4\tau^2 \frac{d^2 u}{dt^2} + 5\tau \frac{du}{dt} + u = e, \quad \tau = RC.$$

Exercice 5

Pour le circuit ci-dessous, l'interrupteur K est fermé depuis très longtemps. À $t = 0$, on effectue une commutation. Déterminer les valeurs suivantes :



$$E = 40 \text{ V}, \quad R_1 = 0,5 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 6 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 2 \text{ k}\Omega, \quad L = 400 \text{ mH}$$

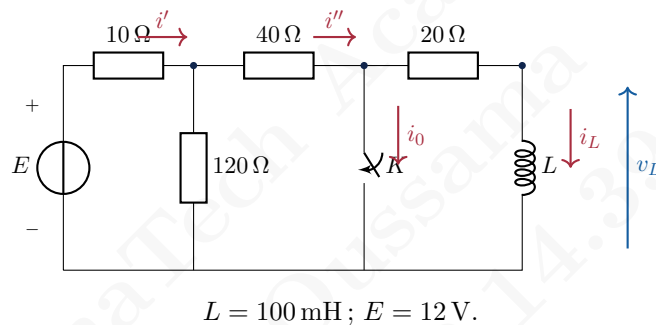
Précision / vérification

L'énoncé transmis écrit qu'on ferme K à $t = 0$, alors que K est déjà fermé initialement. Le corrigé de référence traite **l'ouverture de K à $t = 0$** . C'est cette commutation qui est retenue ici.

- $i_2(0^-)$ et $i_3(0^-)$;
- $i_2(0^+)$ et $i_3(0^+)$;
- $i_2(t)$ pour $t \geq 0$;
- $i_3(t)$ pour $t \geq 0$;
- Expliquer pourquoi $i_3(0^-)$ est différent de $i_3(0^+)$.

Exercice 6

L'interrupteur K est ouvert depuis longtemps. À $t = 0$, on ferme K .



Déterminer les grandeurs suivantes en respectant les orientations du schéma :

- $i_0(0^-)$;
- $i_L(0^-)$;
- $i_0(0^+)$;
- $i_L(0^+)$;
- $i_0(\infty)$;
- $i_L(\infty)$;
- l'expression de $i_L(t)$ pour $t \geq 0$;
- $v_L(0^-)$;
- $v_L(0^+)$;
- $v_L(\infty)$;
- l'expression de $v_L(t)$ pour $t \geq 0$;
- l'expression de $i_0(t)$ pour $t \geq 0$.

Exercice 7

On réalise le montage de la figure 1 et on relève à l'oscilloscope les tensions u_1 (courbe A, magenta) et u (courbe B, bleue). La tension du générateur s'écrit $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. Réglages : 1 ms/division et 1 V/division.

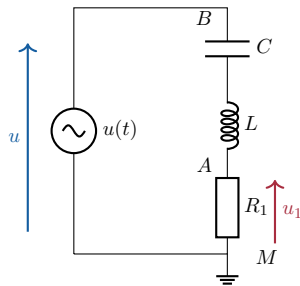


Figure 1 – Montage ($C = 5 \text{ } \mu\text{F}$,
 $R_1 = 40 \text{ } \Omega$)

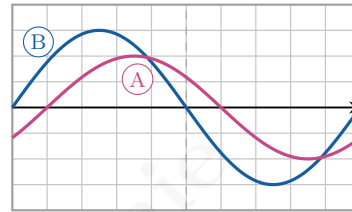


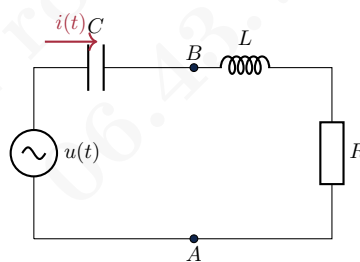
Figure 2 – Oscillogrammes

- Déterminer la période T et la pulsation ω de la tension et du courant.
- Déterminer les amplitudes U_m et I_m .
- Écrire l'expression du courant $i(t)$.

Exercice 8

Le circuit RLC série ci-dessous est alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 100 \text{ V}$ et de pulsation ω . On pose :

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t), \quad u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi).$$



$$C = 20 \text{ } \mu\text{F}, \quad L = 0,3 \text{ H}, \quad R = 10 \text{ } \Omega.$$

- Donner les expressions de :
 - l'impédance Z du circuit ;
 - l'intensité efficace I ;
 - le déphasage φ de la tension par rapport au courant.
- Calculer Z , I et φ pour $\omega = 314 \text{ rad/s}$.
- Construire le diagramme de Fresnel du circuit.
- On note u_1 la tension aux bornes du condensateur et u_2 celle aux bornes de la bobine. Déterminer :
 - les valeurs efficaces U_1 , U_2 et U_{AB} ;
 - les expressions temporelles de $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_{AB}(t)$.

PARTIE II – CORRIGÉ VÉRIFIÉ

Exercice 1

1) **Valeur moyenne.** Par définition, sur une période :

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{V_0}{T} \int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt = \frac{V_0}{T\omega} [1 - \cos(\omega T/2)].$$

Avec $\omega T = 2\pi$, il vient

$$V_{\text{moy}} = \frac{V_0}{\pi}.$$

2) **Valeur efficace.**

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt = \frac{V_0^2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2(\omega t) dt = \frac{V_0^2}{4}.$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_0}{2}.$$

Exercice 2

1) **Amplitude.** Par identification $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, donc

$$I_m = 15,5 \text{ A}.$$

2) **Valeur efficace.** Pour un courant sinusoïdal,

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{15,5}{\sqrt{2}}.$$

$$I_{\text{eff}} \approx 10,96 \text{ A}.$$

3) **Fréquence.** La pulsation est $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ et $\omega = 2\pi f$, d'où

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

4) **Période.**

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,020 \text{ s}.$$

$$T = 20 \text{ ms}.$$

5) **Valeurs instantanées.**

$$i(0) = 15,5 \sin(-\pi/6) = -7,75 \text{ A},$$

$$i(25 \text{ ms}) = 15,5 \sin\left(100\pi \times 0,025 - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{15,5\sqrt{3}}{2} \approx 13,42 \text{ A}.$$

$$i(0) = -7,75 \text{ A et } i(25 \text{ ms}) \approx 13,42 \text{ A.}$$

6) **Tension sur la résistance de 10Ω .** Par la loi d'Ohm (convention récepteur), $u(t) = Ri(t)$, donc

$$u(t) = 155 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ V,} \quad U_m = RI_m = 155 \text{ V.}$$

$$U_{\text{eff}} = RI_{\text{eff}} = \frac{155}{\sqrt{2}} \approx 109,60 \text{ V.}$$

$$U_m = 155 \text{ V et } U_{\text{eff}} \approx 109,60 \text{ V.}$$

Exercice 3

Dans la convention récepteur du schéma, la relation du condensateur est

$$i(t) = C \frac{dv}{dt} = -12 \times 500 C \sin(500t - 45^\circ) = 6000C \cos(500t + 45^\circ).$$

L'identification avec $i(t) = 3 \times 10^{-3} \cos(500t + 45^\circ)$ donne

$$6000C = 3 \times 10^{-3}, \quad C = 5 \times 10^{-7} \text{ F.}$$

$$C = 0,5 \text{ }\mu\text{F.}$$

Exercice 4

Méthode des grandeurs complexes. Notons $\underline{E}$, $\underline{V}_A$ et $\underline{U}$ les amplitudes complexes, avec A le noeud intermédiaire. En posant $\tau = RC$ et $p = j\omega$, les lois des noeuds fournissent :

$$\frac{\underline{V}_A - \underline{U}}{2R} = pC\underline{U} \implies \underline{V}_A = (1 + 2\tau p)\underline{U}.$$

Au noeud A :

$$\frac{\underline{E} - \underline{V}_A}{R} = 2pC\underline{V}_A + \frac{\underline{V}_A - \underline{U}}{2R} \implies \underline{E} = (1 + 2\tau p)\underline{V}_A + \tau p\underline{U}.$$

On en déduit

$$\underline{E} = [(1 + 2\tau p)^2 + \tau p]\underline{U} = (1 + 5\tau p + 4\tau^2 p^2)\underline{U}.$$

La correspondance $p \leftrightarrow d/dt$ conduit à l'équation temporelle :

$$4\tau^2 \frac{d^2 u}{dt^2} + 5\tau \frac{du}{dt} + u = e, \quad \tau = RC.$$

Exercice 5

a) **Avant la commutation, $t = 0^-$.** K fermé et régime continu établi : la bobine idéale est équivalente à un court-circuit. Les branches R_2 et R_3 sont en parallèle :

$$R_{23} = R_2 \parallel R_3 = \frac{6 \times 2}{6 + 2} = 1,5 \text{ k}\Omega, \quad i_1(0^-) = \frac{40}{(0,5 + 1,5) \times 10^3} = 20 \text{ mA.}$$

Par diviseur de courant :

$$i_2(0^-) = i_1(0^-) \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 20 \frac{2}{8} = 5 \text{ mA}, \quad i_3(0^-) = 15 \text{ mA}.$$

$$i_2(0^-) = \mathbf{5 \text{ mA}} ; i_3(0^-) = \mathbf{15 \text{ mA}}.$$

b) Juste après l'ouverture, $t = 0^+$. Le courant dans la bobine est continu : $i_2(0^+) = i_2(0^-) = 5 \text{ mA}$. Comme la source est déconnectée, la loi des noeuds impose $i_2 + i_3 = 0$.

$$i_2(0^+) = \mathbf{5 \text{ mA}} ; i_3(0^+) = \mathbf{-5 \text{ mA}}.$$

c) Courant $i_2(t)$, $t \geq 0$. La bobine se décharge dans la maille $L - R_2 - R_3$:

$$L \frac{di_2}{dt} + (R_2 + R_3)i_2 = 0, \quad \tau_L = \frac{L}{R_2 + R_3} = \frac{0,4}{8000} = 50 \text{ } \mu\text{s}.$$

$$i_2(t) = 5e^{-20000t} \text{ mA, pour } t \geq 0 \text{ (avec } t \text{ en secondes)}.$$

d) Courant $i_3(t)$, $t \geq 0$. Comme $i_3(t) = -i_2(t)$:

$$i_3(t) = -5e^{-20000t} \text{ mA, pour } t \geq 0.$$

e) Discontinuité du courant dans R_3 . Le courant d'une bobine idéale ne change pas instantanément, mais le courant dans une **résistance** peut changer brutalement à une commutation. Ainsi $i_3(0^-) \neq i_3(0^+)$, tandis que $i_2(0^-) = i_2(0^+)$.

Exercice 6

a)–b) État initial $t = 0^-$. L'interrupteur K est ouvert, et la bobine est assimilée à un fil en régime permanent continu. La branche de droite vaut $40 + 20 = 60 \text{ } \Omega$ et elle est en parallèle avec $120 \text{ } \Omega$:

$$R_p = 120 \parallel 60 = 40 \text{ } \Omega, \quad I_s = \frac{12}{10 + 40} = 0,24 \text{ A}.$$

La division de courant donne :

$$i_L(0^-) = I_s \frac{120}{120 + 60} = 0,16 \text{ A}.$$

L'interrupteur étant ouvert, $i_0(0^-) = 0$.

$$i_0(0^-) = \mathbf{0} ; i_L(0^-) = \mathbf{0,16 \text{ A}}.$$

c)–d) Juste après fermeture, $t = 0^+$. Le courant dans L ne saute pas : $i_L(0^+) = 0,16 \text{ A}$. Le noeud après $40 \text{ } \Omega$ est mis à la masse. Le circuit de gauche voit

$$R'_p = 120 \parallel 40 = 30 \text{ } \Omega, \quad V_A = 12 \frac{30}{10 + 30} = 9 \text{ V}.$$

Le courant venant de $40 \text{ } \Omega$ vaut $i'' = 9/40 = 0,225 \text{ A}$, d'où

$$i_0(0^+) = i'' - i_L(0^+) = 0,225 - 0,16 = 0,065 \text{ A}.$$

$$i_0(0^+) = \mathbf{0,065 \text{ A}} ; i_L(0^+) = \mathbf{0,16 \text{ A}}.$$

e)–f) **Régime final.** La bobine devient un court-circuit. Les deux bornes de la résistance $20\ \Omega$ sont à la masse : $i_L(\infty) = 0$; tout le courant $i'' = 0,225\ \text{A}$ traverse K .

$$i_0(\infty) = \mathbf{0,225\ A} ; i_L(\infty) = 0.$$

g) **Évolution du courant dans la bobine.** Après fermeture, le circuit $R-L$ de droite est autonome :

$$L \frac{di_L}{dt} + 20i_L = 0, \quad \tau_L = \frac{0,1}{20} = 5\ \text{ms}.$$

$$i_L(t) = 0,16 e^{-200t}\ \text{A}, \quad t \geq 0.$$

h)–j) **Tension aux bornes de la bobine.** La tension v_L est orientée du bas vers le haut, donc $v_L = L di_L/dt$ suivant les conventions du schéma. Avant commutation et à l'état final : $v_L(0^-) = v_L(\infty) = 0$. Juste après :

$$v_L(0^+) = L(-200)(0,16) = -3,2\ \text{V}.$$

$$v_L(0^-) = 0 ; v_L(0^+) = \mathbf{-3,2\ V} ; v_L(\infty) = 0.$$

k) **Tension $v_L(t)$.**

$$v_L(t) = -3,2 e^{-200t}\ \text{V}, \quad t \geq 0.$$

l) **Courant $i_0(t)$.** La loi des noeuds à la borne de l'interrupteur donne $i_0 = i'' - i_L$ avec $i'' = 0,225\ \text{A}$ constant pour $t \geq 0$.

$$i_0(t) = 0,225 - 0,16 e^{-200t}\ \text{A}, \quad t \geq 0.$$

Exercice 7

a) **Période et pulsation.** Lecture de l'écran : 10 divisions par période, à 1 ms/division. Donc

$$T = 10 \times 1\ \text{ms} = 10\ \text{ms}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi \approx 628,32\ \text{rad/s}.$$

$$T = \mathbf{10\ ms} ; \omega \approx \mathbf{628,32\ rad/s}.$$

b) **Amplitudes.** La courbe B présente 3 divisions verticales : $U_m = 3\ \text{V}$. La courbe A présente 2 divisions : $U_{1m} = 2\ \text{V}$. Or $u_1 = R_1 i$ et $R_1 = 40\ \Omega$:

$$I_m = \frac{U_{1m}}{R_1} = \frac{2}{40} = 0,05\ \text{A}.$$

$$U_m = \mathbf{3\ V} ; I_m = \mathbf{50\ mA}.$$

c) **Expression de $i(t)$.** La courbe B est en avance de 1 division sur la courbe A, soit un déphasage $\Delta\varphi = 2\pi(1/10) = \pi/5$. Le courant est en phase avec u_1 : il **retarde** de $\pi/5$ sur u .

$$i(t) = 0,05 \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{5}\right)\ \text{A}.$$

Exercice 8

1) **Formules générales.** En régime sinusoïdal, l'impédance complexe du RLC série est :

$$\underline{Z} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Par la loi d'Ohm en grandeurs efficaces complexes :

$$I = \frac{U}{Z}, \quad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan \left(\frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} \right).$$

2) **Application numérique** ($\omega = 314 \text{ rad/s}$).

$$X_L = \omega L = 314 \times 0,3 = 94,20 \, \Omega,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 20 \times 10^{-6}} = 159,24 \, \Omega,$$

$$X = X_L - X_C = -65,04 \, \Omega,$$

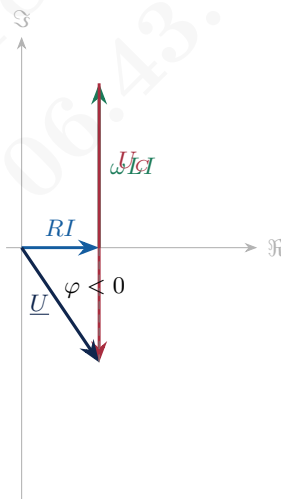
$$Z = \sqrt{10^2 + (-65,04)^2} \approx 65,80 \, \Omega,$$

$$I = \frac{100}{65,80} \approx 1,520 \text{ A},$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{-65,04}{10} \right) \approx -1,418 \text{ rad} \approx -81,26^\circ.$$

$$Z \approx 65,80 \, \Omega; \quad I \approx 1,520 \text{ A}; \quad \varphi \approx -1,418 \text{ rad}.$$

3) **Diagramme de Fresnel.** On prend $\underline{I}$ comme référence sur l'axe réel; $\underline{U}_R$ est en phase avec $\underline{I}$, $\underline{U}_L$ est en avance de 90° et $\underline{U}_C$ en retard de 90° .



Le circuit est capacitif, car $X_C > X_L$ ($\varphi < 0$).

4a) **Valeurs efficaces.**

$$U_1 = U_C = IX_C \approx 1,51976 \times 159,2357 \approx 242,00 \text{ V},$$

$$U_2 = U_L = IX_L \approx 1,51976 \times 94,2 \approx 143,16 \text{ V},$$

$$U_{AB} = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \approx 143,97 \text{ V}.$$

$$U_1 \approx 242,00 \text{ V} ; U_2 \approx 143,16 \text{ V} ; U_{AB} \approx 143,97 \text{ V}.$$

4b) Expressions temporelles. Avec le courant $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t)$ comme référence, les tensions du condensateur et de la bobine idéale, prises dans le sens des chutes de tension le long du courant, sont :

$$u_1(t) = 242,00\sqrt{2}\sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ V},$$

$$u_2(t) = 143,16\sqrt{2}\sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}.$$

Pour la partie bobine-résistance, $\alpha = \arctan(\omega L/R) \approx 1,465 \text{ rad}$. Si $u_{AB} = V_A - V_B$ (convention usuelle des indices, A situé *après* les composants L et R dans le sens de i), alors

$$u_{AB}(t) = -143,97\sqrt{2}\sin(314t + 1,465) \text{ V}.$$

Précision / vérification

La valeur efficace U_{AB} ne dépend pas du sens choisi. Pour la tension $u_{BA} = V_B - V_A$ (chute de tension le long de L et R), le signe devant l'expression précédente est positif.



IG : @oussamatech_academie



WA : 06.43.72.14.39



YT : OussamaTech Académie

SITEWEB : www.oussamatech.ma

